**2025年高考数学一轮复习课时作业-平面向量的概念及其线性运算【原卷版】(时间:45分钟　分值:85分)**

【基础落实练】

1*.*(5分)给出下列命题,正确的命题为()

A*.*向量$\vec{AB}$的长度与向量$\vec{BA}$的长度相等

B*.*若***a***=***b***,则***a***与***b***的方向相同或相反

C*.*|***a***|+|***b***|=|***a***-***b***|⇔***a***与***b***方向相反

D*.*若非零向量***a***与非零向量***b***的方向相同或相反,则***a***+***b***与***a***,***b***之一的方向相同

2*.*(5分)(多选题)(2023·郑州模拟)设***a***是非零向量,*λ*是非零实数,下列结论中不正确的是()

A.***a***与*λ*2***a***的方向相同

B.***a***与-*λ****a***的方向相反

C.$\left|λa\right|$=*λ*$\left|a\right|$

D.$\left|-λa\right|$=-*λ*$\left|a\right|$

3*.*(5分)(2023·汕头模拟)在△*ABC*中,$\vec{BD}$=$\frac{1}{3}\vec{BC}$,若$\vec{AB}$=***a***,$\vec{AC}$=***b***,则$\vec{AD}$=()

A.$\frac{2}{3}$***a***+$\frac{1}{3}$***b*** B.$\frac{1}{3}$***a***+$\frac{2}{3}$***b***

C.$\frac{1}{3}$***a***-$\frac{2}{3}$***b*** D.$\frac{2}{3}$***a***-$\frac{1}{3}$***b***



4*.*(5分)(2023·盐城模拟)在平行四边形*ABCD*中,*E*是线段*BD*的中点,若$\vec{AB}$=*m*$\vec{AD}$+*n*$\vec{EC}$,则*m*+*n*的值为()

A.-1 B.0 C.1 D.2



5*.*(5分)在四边形*ABCD*中,若$\vec{AC}$=$\vec{AB}$+$\vec{AD}$,且|$\vec{AB}$+$\vec{AD}$|=|$\vec{AB}$-$\vec{AD}$|,则()

A.四边形*ABCD*是矩形

B.四边形*ABCD*是菱形

C.四边形*ABCD*是正方形

D.四边形*ABCD*是平行四边形

6*.*(5分)(多选题)(2023·哈尔滨模拟)在△*ABC*中,*D*为*BC*中点,$\vec{AG}$=2$\vec{GD}$,则下列等式中一定成立的是()

A.$\vec{AB}$+$\vec{AC}$=2$\vec{AD}$

B.$\vec{AG}$=$\frac{1}{3}\vec{AB}$+$\frac{1}{3}\vec{AC}$

C.*S*△*ABC*=3*S*△*GBC*

D.$\vec{AG}$=$\frac{1}{3}\vec{AB}$+$\frac{2}{3}\vec{AC}$



7*.*(5分)(2023·浦东模拟)设***a***,***b***是两个不共线向量,$\vec{AB}$=2***a***+*p****b***,$\vec{BC}$=***a***+***b***,$\vec{CD}$=***a***-2***b***,若*A*,*B*,*D*三点共线,则实数*p*的值为*.*

8*.*(5分)(2023·菏泽模拟)已知***a***,***b***是两个不共线的向量,***b***-*t****a***与$\frac{1}{2}$***a***-$\frac{3}{2}$***b***共线,则实数*t*=*.*

9*.*(5分)在锐角△*ABC*中,$\vec{CM}$=3$\vec{MB}$,$\vec{AM}$=*x*$\vec{AB}$+*y*$\vec{AC}$(*x*,*y*∈**R**),则$\frac{x}{y}$=*.*

10*.*(10分)设两个非零向量***a***与***b***不共线*.*

(1)若$\vec{AB}$=***a***+***b***,$\vec{BC}$=2***a***+8***b***,$\vec{CD}$=3(***a***-***b***),求证:*A*,*B*,*D*三点共线;

(2)试确定实数*k*,使*k****a***+***b***和***a***+*k****b***反向共线*.*

【能力提升练】

11*.*(10分)(2023·沧州模拟)如图,在△*ABC*中,点*D*为*BC*的中点,点*E*在线段*AB*上,*AD*与*CE*交于点*O.*



(1)若$\vec{AO}$=2$\vec{OD}$,求证:$\vec{OA}$+$\vec{OB}$+$\vec{OC}$=**0**;

(2)若$\vec{AE}$=2$\vec{EB}$,$\vec{AO}$=*λ*$\vec{AD}$,求实数*λ*的值*.*

12*.*(5分)如图所示,在正方形*ABCD*中,点*E*为*BC*的中点,点*F*为*CD*上靠近点*C*的四等分点,点*G*为*AE*上靠近点*A*的三等分点,则向量$\vec{FG}$用$\vec{AB}$与$\vec{AD}$表示为*.*



13*.*(5分)如图,点*G*为△*ABC*的重心,过点*G*的直线分别交直线*AB*,*AC*于*D*,*E*两点,$\vec{AB}$=3*m*$\vec{AD}$(*m*>0),$\vec{AC}$=3*n*$\vec{AE}$(*n*>0),则*m*+*n*=;$\frac{1}{m}$+$\frac{1}{n}$的最小值为*.*



14*.*(10分)(2023·钦州模拟)如图,在△*ABC*中,*BC*=4*BD*,*AC*=3*CE*,*BE*与*AD*相交于点*M.*



(1)用$\vec{AB}$,$\vec{AC}$表示$\vec{AD}$,$\vec{BE}$;

(2)若$\vec{AM}$=*m*$\vec{AB}$+*n*$\vec{AC}$,求*m*+*n*的值*.*

**2025年高考数学一轮复习课时作业-平面向量的概念及其线性运算【解析版】(时间:45分钟　分值:85分)**

【基础落实练】

1*.*(5分)给出下列命题,正确的命题为()

A*.*向量$\vec{AB}$的长度与向量$\vec{BA}$的长度相等

B*.*若***a***=***b***,则***a***与***b***的方向相同或相反

C*.*|***a***|+|***b***|=|***a***-***b***|⇔***a***与***b***方向相反

D*.*若非零向量***a***与非零向量***b***的方向相同或相反,则***a***+***b***与***a***,***b***之一的方向相同

【解析】选A*.*对于A,向量$\vec{AB}$与向量$\vec{BA}$的长度相等,方向相反,命题成立;

对于B,当两向量相等时,方向相同,不成立;

对于C,当***a***,***b***之一为零向量时,不成立;

对于D,当***a***+***b***=**0**时,***a***+***b***的方向是任意的,它可以与***a***,***b***的方向都不相同*.*

2*.*(5分)(多选题)(2023·郑州模拟)设***a***是非零向量,*λ*是非零实数,下列结论中不正确的是()

A.***a***与*λ*2***a***的方向相同

B.***a***与-*λ****a***的方向相反

C.$\left|λa\right|$=*λ*$\left|a\right|$

D.$\left|-λa\right|$=-*λ*$\left|a\right|$

【解析】选BCD*.*因为*λ*2>0,所以***a***与*λ*2***a***的方向相同,故A选项正确;

当*λ*<0时,***a***与-*λ****a***的方向相同,故B选项错误;

当*λ*<0时,*λ*$\left|a\right|$<0,故C选项错误;

当*λ*>0时,-*λ*$\left|a\right|$<0,故D选项错误*.*

3*.*(5分)(2023·汕头模拟)在△*ABC*中,$\vec{BD}$=$\frac{1}{3}\vec{BC}$,若$\vec{AB}$=***a***,$\vec{AC}$=***b***,则$\vec{AD}$=()

A.$\frac{2}{3}$***a***+$\frac{1}{3}$***b*** B.$\frac{1}{3}$***a***+$\frac{2}{3}$***b***

C.$\frac{1}{3}$***a***-$\frac{2}{3}$***b*** D.$\frac{2}{3}$***a***-$\frac{1}{3}$***b***

【解析】选A*.*$\vec{AD}$=$\vec{AB}$+$\vec{BD}$=$\vec{AB}$+$\frac{1}{3}\vec{BC}$=

$\vec{AB}$+$\frac{1}{3}$($\vec{AC}$-$\vec{AB}$)=$\frac{2}{3}\vec{AB}$+$\frac{1}{3}\vec{AC}$=$\frac{2}{3}$***a***+$\frac{1}{3}$***b****.*



4*.*(5分)(2023·盐城模拟)在平行四边形*ABCD*中,*E*是线段*BD*的中点,若$\vec{AB}$=*m*$\vec{AD}$+*n*$\vec{EC}$,则*m*+*n*的值为()

A.-1 B.0 C.1 D.2

【解析】选C*.*由$\vec{AB}$=$\vec{AD}$+$\vec{DB}$=$\vec{AD}$+$\vec{DC}$+$\vec{CB}$=$\vec{AD}$+$\vec{DA}$+$\vec{AC}$+$\vec{DA}$=2$\vec{EC}$-$\vec{AD}$,所以*m*=-1,*n*=2,则*m*+*n*=1*.*



5*.*(5分)在四边形*ABCD*中,若$\vec{AC}$=$\vec{AB}$+$\vec{AD}$,且|$\vec{AB}$+$\vec{AD}$|=|$\vec{AB}$-$\vec{AD}$|,则()

A.四边形*ABCD*是矩形

B.四边形*ABCD*是菱形

C.四边形*ABCD*是正方形

D.四边形*ABCD*是平行四边形

【解析】选A.因为$\vec{AC}$=$\vec{AB}$+$\vec{AD}$,

所以四边形*ABCD*为平行四边形,

又|$\vec{AB}$+$\vec{AD}$|=|$\vec{AB}$-$\vec{AD}$|,所以|$\vec{AC}$|=|$\vec{DB}$|,

即对角线相等,所以四边形*ABCD*为矩形*.*

6*.*(5分)(多选题)(2023·哈尔滨模拟)在△*ABC*中,*D*为*BC*中点,$\vec{AG}$=2$\vec{GD}$,则下列等式中一定成立的是()

A.$\vec{AB}$+$\vec{AC}$=2$\vec{AD}$

B.$\vec{AG}$=$\frac{1}{3}\vec{AB}$+$\frac{1}{3}\vec{AC}$

C.*S*△*ABC*=3*S*△*GBC*

D.$\vec{AG}$=$\frac{1}{3}\vec{AB}$+$\frac{2}{3}\vec{AC}$

【解析】选ABC*.*对于A,由*D*为*BC*的中点,则$\vec{AB}$+$\vec{AC}$=2$\vec{AD}$,故A正确;

对于B,D,由$\vec{AG}$=2$\vec{GD}$,

则$\vec{AG}$=$\frac{2}{3}\vec{AD}$=$\frac{2}{3}$($\frac{1}{2}\vec{AB}$+$\frac{1}{2}\vec{AC}$)=$\frac{1}{3}\vec{AB}$+$\frac{1}{3}\vec{AC}$,故B正确,D错误;

对于C,如图,*AF*⊥*BC*,*GE*⊥*BC*,



由$\vec{AG}$=2$\vec{GD}$,则$\frac{\left|\vec{AD}\right|}{\left|\vec{GD}\right|}$=$\frac{3}{1}$,由*AF*⊥*BC*,*GE*⊥*BC*,则△*AFD*∽△*GED*,即$\frac{AF}{GE}$=$\frac{AD}{GD}$=$\frac{3}{1}$,$\frac{S\_{△ABC}}{S\_{△GBC}}$=$\frac{\frac{1}{2}·AF·BC}{\frac{1}{2}·GE·BC}$=$\frac{3}{1}$,故C正确*.*

7*.*(5分)(2023·浦东模拟)设***a***,***b***是两个不共线向量,$\vec{AB}$=2***a***+*p****b***,$\vec{BC}$=***a***+***b***,$\vec{CD}$=***a***-2***b***,若*A*,*B*,*D*三点共线,则实数*p*的值为*.*

【解析】由题意$\vec{BD}$=$\vec{BC}$+$\vec{CD}$=2***a***-***b***,因为*A*,*B*,*D*三点共线,所以$\vec{AB}$,$\vec{BD}$共线,

所以存在实数*λ*,使得2***a***+*p****b***=*λ*(2***a***-***b***),

所以2=2*λ*,*p*=-*λ*,所以*λ*=1,*p*=-1*.*

答案:-1

8*.*(5分)(2023·菏泽模拟)已知***a***,***b***是两个不共线的向量,***b***-*t****a***与$\frac{1}{2}$***a***-$\frac{3}{2}$***b***共线,则实数*t*=*.*

【解析】因为***b***-*t****a***与$\frac{1}{2}$***a***-$\frac{3}{2}$***b***共线,

所以***b***-*t****a***=*λ*($\frac{1}{2}$***a***-$\frac{3}{2}$***b***),***b***-*t****a***=$\frac{λ}{2}$***a***-$\frac{3λ}{2}$***b***,

又***a***,***b***是两个不共线的向量,

所以$\left\{\begin{matrix}-t=\frac{λ}{2}\\1=-\frac{3λ}{2}\end{matrix}\right.$,解得*t*=$\frac{1}{3}$*.*

答案:$\frac{1}{3}$

9*.*(5分)在锐角△*ABC*中,$\vec{CM}$=3$\vec{MB}$,$\vec{AM}$=*x*$\vec{AB}$+*y*$\vec{AC}$(*x*,*y*∈**R**),则$\frac{x}{y}$=*.*

【解析】由题设可得$\vec{CA}$+$\vec{AM}$=3($\vec{AB}$-$\vec{AM}$),

即4$\vec{AM}$=3$\vec{AB}$+$\vec{AC}$,即$\vec{AM}$=$\frac{3}{4}\vec{AB}$+$\frac{1}{4}\vec{AC}$*.*

又$\vec{AM}$=*x*$\vec{AB}$+*y*$\vec{AC}$,则*x*=$\frac{3}{4}$,*y*=$\frac{1}{4}$*.*

故$\frac{x}{y}$=3*.*

答案:3

10*.*(10分)设两个非零向量***a***与***b***不共线*.*

(1)若$\vec{AB}$=***a***+***b***,$\vec{BC}$=2***a***+8***b***,$\vec{CD}$=3(***a***-***b***),求证:*A*,*B*,*D*三点共线;

【解析】(1)因为$\vec{AB}$=***a***+***b***,$\vec{BC}$=2***a***+8***b***,

$\vec{CD}$=3(***a***-***b***),

所以$\vec{BD}$=$\vec{BC}$+$\vec{CD}$=2***a***+8***b***+3(***a***-***b***)=2***a***+8***b***+3***a***-3***b***=5(***a***+***b***)=5$\vec{AB}$,

所以$\vec{AB}$,$\vec{BD}$共线,

又因为它们有公共点*B*,所以*A*,*B*,*D*三点共线*.*

(2)试确定实数*k*,使*k****a***+***b***和***a***+*k****b***反向共线*.*

【解析】(2)因为*k****a***+***b***与***a***+*k****b***反向共线,

所以存在实数*λ*(*λ*<0),使*k****a***+***b***=*λ*(***a***+*k****b***),

即*k****a***+***b***=*λ****a***+*λk****b***,

所以(*k*-*λ*)***a***=(*λk*-1)***b****.*

因为***a***,***b***是不共线的两个非零向量,

所以$\left\{\begin{matrix}k-λ=0\\λk-1=0\end{matrix}\right.$,所以*k*2-1=0,所以*k*=±1,

因为*λ*<0,所以*k*=-1*.*

【能力提升练】

11*.*(10分)(2023·沧州模拟)如图,在△*ABC*中,点*D*为*BC*的中点,点*E*在线段*AB*上,*AD*与*CE*交于点*O.*



(1)若$\vec{AO}$=2$\vec{OD}$,求证:$\vec{OA}$+$\vec{OB}$+$\vec{OC}$=**0**;

【解析】(1)因为点*D*为*BC*的中点,

所以$\vec{BD}$+$\vec{CD}$=**0**,因为$\vec{OD}$=$\vec{OB}$+$\vec{BD}$,

$\vec{OD}$=$\vec{OC}$+$\vec{CD}$,

两式相加得2$\vec{OD}$=$\vec{OB}$+$\vec{OC}$,

所以$\vec{AO}$=2$\vec{OD}$=$\vec{OB}$+$\vec{OC}$,

即$\vec{OA}$+$\vec{OB}$+$\vec{OC}$=$\vec{OA}$+$\vec{AO}$=**0***.*

(2)若$\vec{AE}$=2$\vec{EB}$,$\vec{AO}$=*λ*$\vec{AD}$,求实数*λ*的值*.*

【解析】(2)由$\vec{AE}$=2$\vec{EB}$,得$\vec{AE}$=$\frac{2}{3}\vec{AB}$,

设$\vec{AB}$=***a***,$\vec{AC}$=***b***,$\vec{OC}$=*μ*$\vec{EC}$,

则$\vec{EC}$=$\vec{AC}$-$\vec{AE}$=$\vec{AC}$-$\frac{2}{3}\vec{AB}$=***b***-$\frac{2}{3}$***a***,

又$\vec{OC}$=$\vec{AC}$-$\vec{AO}$=$\vec{AC}$-*λ*$\vec{AD}$=$\vec{AC}$-$\frac{λ(\vec{AB}+\vec{AC})}{2}$=(1-$\frac{λ}{2}$)***b***-$\frac{λ}{2}$***a****.*

所以(1-$\frac{λ}{2}$)***b***-$\frac{λ}{2}$***a***=*μ*(***b***-$\frac{2}{3}$***a***),

因为***a***,***b***不共线,所以$\left\{\begin{matrix}1-\frac{λ}{2}=μ\\-\frac{λ}{2}=-\frac{2}{3}μ\end{matrix}\right.$,

解得*λ*=$\frac{4}{5}$*.*

【解题指南】(1)由点*D*为*BC*的中点可得2$\vec{OD}$=$\vec{OB}$+$\vec{OC}$,再结合已知条件即可证明;

(2)设$\vec{AB}$=***a***,$\vec{AC}$=***b***,$\vec{OC}$=*μ*$\vec{EC}$,利用向量减法法则可得$\vec{EC}$=***b***-$\frac{2}{3}$***a***,$\vec{OC}$=(1-$\frac{λ}{2}$)***b***-$\frac{λ}{2}$***a***,

从而可得$\left\{\begin{matrix}1-\frac{λ}{2}=μ\\-\frac{λ}{2}=-\frac{2}{3}μ\end{matrix}\right.$,即可求解*.*

12*.*(5分)如图所示,在正方形*ABCD*中,点*E*为*BC*的中点,点*F*为*CD*上靠近点*C*的四等分点,点*G*为*AE*上靠近点*A*的三等分点,则向量$\vec{FG}$用$\vec{AB}$与$\vec{AD}$表示为*.*



【解析】由题意可得:$\vec{AE}$=$\vec{AB}$+$\vec{BE}$=$\vec{AB}$+$\frac{1}{2}\vec{AD}$,$\vec{FE}$=$\vec{FC}$+$\vec{CE}$=$\frac{1}{4}\vec{AB}$-$\frac{1}{2}\vec{AD}$,

所以$\vec{FG}$=$\vec{FE}$+$\vec{EG}$=$\vec{FE}$-$\frac{2}{3}\vec{AE}$

=($\frac{1}{4}\vec{AB}$-$\frac{1}{2}\vec{AD}$)-$\frac{2}{3}$($\vec{AB}$+$\frac{1}{2}\vec{AD}$)

=-$\frac{5}{12}\vec{AB}$-$\frac{5}{6}\vec{AD}$*.*

答案:$\vec{FG}$=-$\frac{5}{12}\vec{AB}$-$\frac{5}{6}\vec{AD}$

13*.*(5分)如图,点*G*为△*ABC*的重心,过点*G*的直线分别交直线*AB*,*AC*于*D*,*E*两点,$\vec{AB}$=3*m*$\vec{AD}$(*m*>0),$\vec{AC}$=3*n*$\vec{AE}$(*n*>0),则*m*+*n*=;$\frac{1}{m}$+$\frac{1}{n}$的最小值为*.*



【解题指南】利用重心的性质以及平面的线性运算可知$\vec{AG}$=*m*$\vec{AD}$+*n*$\vec{AE}$,设$\vec{DG}$=*λ*$\vec{GE}$,由*D*,*G*,*E*三点共线可知$\vec{AG}$=$\frac{1}{λ+1}\vec{AD}$+$\frac{λ}{λ+1}\vec{AE}$,

故可知*m*+*n*=1,利用1的妙用以及基本不等式求出$\frac{1}{m}$+$\frac{1}{n}$的最小值*.*

【解析】由重心的性质可知$\vec{AG}$=$\frac{2}{3}$×$\frac{1}{2}$($\vec{AB}$+$\vec{AC}$)=$\frac{1}{3}$(3*m*$\vec{AD}$+3*n*$\vec{AE}$)=*m*$\vec{AD}$+*n*$\vec{AE}$(*m*>0,*n*>0),设$\vec{DG}$=*λ*$\vec{GE}$,

由已知得$\vec{AG}$=$\vec{AD}$+$\vec{DG}$,$\vec{AG}$=$\vec{AE}$+$\vec{EG}$,

两式相加得2$\vec{AG}$=$\vec{AD}$+$\vec{AE}$+(1-$\frac{1}{λ}$)$\vec{DG}$

=$\vec{AD}$+$\vec{AE}$+(1-$\frac{1}{λ}$)($\vec{AG}$-$\vec{AD}$),整理得$\vec{AG}$=$\frac{1}{λ+1}\vec{AD}$+$\frac{λ}{λ+1}\vec{AE}$,所以*m*=$\frac{1}{λ+1}$,*n*=$\frac{λ}{λ+1}$,则*m*+*n*=$\frac{1}{λ+1}$+$\frac{λ}{λ+1}$=1,$\frac{1}{m}$+$\frac{1}{n}$=($\frac{1}{m}$+$\frac{1}{n}$)(*m*+*n*)=2+$\frac{n}{m}$+$\frac{m}{n}$≥2+2$\sqrt{\frac{n}{m}·\frac{m}{n}}$=4,

当且仅当$\frac{n}{m}$=$\frac{m}{n}$,即*m*=*n*=$\frac{1}{2}$时等号成立*.*

答案:14

14*.*(10分)(2023·钦州模拟)如图,在△*ABC*中,*BC*=4*BD*,*AC*=3*CE*,*BE*与*AD*相交于点*M.*



(1)用$\vec{AB}$,$\vec{AC}$表示$\vec{AD}$,$\vec{BE}$;

【解析】(1)因为*BC*=4*BD*,

所以$\vec{BD}$=$\frac{1}{4}\vec{BC}$=$\frac{1}{4}$($\vec{AC}$-$\vec{AB}$)=$\frac{1}{4}\vec{AC}$-$\frac{1}{4}\vec{AB}$,

所以$\vec{AD}$=$\vec{AB}$+$\vec{BD}$=$\vec{AB}$+$\frac{1}{4}\vec{AC}$-$\frac{1}{4}\vec{AB}$=$\frac{3}{4}\vec{AB}$+$\frac{1}{4}\vec{AC}$*.*

因为*AC*=3*CE*,所以$\vec{AE}$=$\frac{2}{3}\vec{AC}$,

所以$\vec{BE}$=$\vec{AE}$-$\vec{AB}$=$\frac{2}{3}\vec{AC}$-$\vec{AB}$*.*

(2)若$\vec{AM}$=*m*$\vec{AB}$+*n*$\vec{AC}$,求*m*+*n*的值*.*

【解析】(2)因为*A*,*M*,*D*三点共线,

所以$\vec{AM}$=*λ*$\vec{AD}$=$\frac{3λ}{4}\vec{AB}$+$\frac{λ}{4}\vec{AC}$*.*

因为$\vec{AM}$=*m*$\vec{AB}$+*n*$\vec{AC}$,所以$\left\{\begin{matrix}m=\frac{3λ}{4}\\n=\frac{λ}{4}\end{matrix}\right.$,即*m*=3*n.*

因为*B*,*M*,*E*三点共线,

所以$\vec{AM}$=*k*$\vec{AB}$+(1-*k*)$\vec{AE}$=*k*$\vec{AB}$+$\frac{2(1-k)}{3}\vec{AC}$*.*

因为$\vec{AM}$=*m*$\vec{AB}$+*n*$\vec{AC}$,所以$\left\{\begin{matrix}m=k\\n=\frac{2(1-k)}{3}\end{matrix}\right.$*.*

因为*m*=3*n*,所以*k*=3×$\frac{2}{3}$(1-*k*),解得*k*=$\frac{2}{3}$,

从而*m*=$\frac{2}{3}$,*n*=$\frac{2}{9}$,故*m*+*n*=$\frac{8}{9}$*.*