**2023届新高考数学高频考点专项练习：**

**专题十二 考点33 空间向量及其运算**

1.如图所示，在平行六面体中，，，，*M*是的中点，点*N*是上的点，且，用***a***，***b***，***c***表示向量的结果是( )



A. B.

C. D.

2.定义.若向量，向量为单位向量，则的取值范围是( )

A. B. C. D.

3.已知空间任意一点和不共线三点.若，则下列结论正确的是( )

A.

B.

C.

D.

4.若向量，，且***a***与***b***的夹角的余弦值为，则 ( )
A.3 B. C. D.3或

5.直三棱柱的底面是边长为2的正三角形，侧棱为3，*M*，*N*分别为，*BC*的中点，则( )

A.2 B.-2 C. D.

6.已知向量是空间向量的一组基底，向量是空间向量的另外一组基底，若一向量在基底下的坐标为（1，2，3），则向量在基底下的坐标为( )
A. B. C. D.

7.在棱长为2的正四面体中，点*M*满足，点*N*满足，当*AM*，*BN*均最短时，( )
A. B. C. D.

8. (多选)给出下列命题，其中正确的有( )

A.空间任意三个向量都可以作为一个基底

B.已知向量，则***a***，***b***与任何向量都不能构成空间的一个基底

C.*A*，*B*，*M*，*N*是空间中的四个点，若，，不能构成空间的一个基底，那么*A*，*B*，*M*，*N*共面

D.已知是空间的一个基底，若，则也是空间的一个基底

9. (多选)已知点*P*是平行四边形*ABCD*所在的平面外一点，如果，，，则下列结论正确的有( )
A.

B.

C.是平面*ABCD*的一个法向量

D.

10.已知非零空间向量不共线，使与共线的的值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

11.已知，，，则使向量与的夹角为钝角的实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

12.如图，在正四棱锥中，，点*M*为*PA*的中点，.若，则实数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



13.已知平行六面体中，底面*ABCD*是边长为1的正方形，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.如图，在三棱柱中，为等边三角形，侧面为菱形，，且侧面底面*ABC*，点*D*为的中点，点*E*为直线与平面*ABC*的交点.



(1)试确定点*E*的位置，并证明：平面；

(2)求直线*AB*与平面所成角的正弦值.

15.如图，在平面五边形*ABCDE*中是边长为2的等边三角形，四边形*ABCD*是直角梯形，其中.将沿*AD*折起，使得点*E*到达点*M*的位置，且使.



(1)求证：平面平面*ABCD*；

(2)设点*P*为棱*CM*上靠近点*C*的三等分点，求平面*PBD*与平面*MAD*所成的二面角的正弦值.

**答案以及解析**

1.答案：D

解析：由题意可得，.

，，，故选D.

2.答案：B

解析：由题意知.设与的夹角为，则.又，.故选B.

3.答案：D

解析：因为，又，所以，整理得.故选D.

4.答案：A

解析：因为，且***a***与***b***的夹角的余弦值为，所以，解得或，又，所以，故选A.

5.答案：B

解析：如图，建立空间直角坐标系，则，，，，，，，故选B.



6.答案：B

解析：设向量在基底下的坐标为，
则，
所以解得故在基底下的坐标为.

7.答案：A

解析：由共面向量定理和共线向量基本定理可知，平面*BCD*，直线*AC*，
当*AM*，*BN*均最短时，平面*BCD*， ，
此时*M*为的中心，*N*为*AC*的中点，连接*MC*，则.
平面*BCD*，平面*BCD*，，.又，.
故选A.

8.答案：BCD

解析：选项A中，根据基底的概念，知空间中任何三个不共面的向量都可作为空间的一个基底，故A错误.选项B中，根据基底的概念，知B正确.选项C中，由，，不能构成空间的一个基底，知，，共面.又，，均过点*B*，所以*A*，*B*，*M*，*N*四点共面，故C正确.

选项D中，已知是空间的一个基底，则基向量***a***，***b***可以与向量构成空间的另一个基底，故D正确.故选BCD.

9.答案：ABC

解析：，，，A对；

，，，B对；

，，，平面*ABCD*，

是平面*ABCD*的一个法向量，C对；

，设，即方程组无解，D错.

故选ABC.

10.答案：

解析：若与共线，则存在实数，使得解得.

11.答案：

解析：与的夹角为钝角，则，且，即且，解得.

12.答案：4

解析：连接*AC*，交*BD*于点*O*，连接*OP*，以*O*为原点，*OA*所在直线为*x*轴，*OB*所在直线为*y*轴，*OP*所在直线为*z*轴，建立空间直角坐标系，



设，则，，，，，，

设，则.

，，，，

，

，，解得.

13.答案：3；

解析：设，，，

则由题意得，，，

，，，

，

.



14.答案：(1)见解析.

(2)正弦值为.

解析：(1)延长线段，交*AC*的延长线于点*E*.

平面*ABC*，

平面*ABC*.

又平面，点*E*即为所求.

连接交直线于点*F*，连接*FD*.

，即，

点*D*为的中点.

在三棱柱中，四边形为平行四边形，

为线段的中点，

为的中位线，

.

又平面平面，

平面.

(2)连接，取*AC*的中点*O*，连接，

侧面为菱形，，

.

又侧面底面*ABC*，侧面底面侧面，

平面*ABC*.

又为等边三角形，两两垂直.

以*O*为坐标原点，所在直线分别为*x*轴，*y*轴，*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系.



不妨设.由已知可得，则.

设平面的一个法向量为.

则有

取，则，即.

设直线*AB*与平面所成角为，

则，

即直线*AB*与平面所成角的正弦值为.

15.答案：(1)见解析.

(2)正弦值为.

解析：如图，取*AD*的中点*N*，连接*MN*，*BN*.

因为是等边三角形，所以，且，

在直角梯形*ABCD*中，因为，

所以四边形*BCDN*是矩形，所以，且，

所以，即，

又，所以平面*MAD*.

因为平面*ABCD*，

所以平面平面*ABCD*.

(2)由(1)知*NA*，*NB*，*NM*两两互相垂直，

以*N*为坐标原点，直线*NA*为*x*轴、*NB*为*y*轴、*NM*为*z*轴建立如图所示的空间直角坐标系，



根据题意，，

由*P*是棱*CM*的靠近点*C*的三等分点得，

，

设平面*PBD*的一个法向量为，

则即

令，则，故平面*BDP*的一个法向量为.

而平面*MAD*的一个法向量为，

设平面*PBD*与平面*MAD*所成的二面角的平面角为，

则，

所以，

所以平面*PBD*与平面*MAD*所成的二面角的正弦值为