**解三角形知识点及例题**

在△ABC中，a、b、c是角A、B、C的对边.

**１、三角形内角和定理：**$A+B+C=π$**,**$A+B=π-C$

$\sin(\left(A+B\right))=\sin(\left(π-C\right))=$,$\cos(\left(A+B\right))=$　　　　　　　　,

　$\sin(\frac{A+B}{2})=$　　　　　　=　　　　　　　,$\cos(\frac{A+B}{2})=$　　　　　　　　．

 $A+C=2B,$则$B=$ .

**２、三角形中的边角关系：**在同一三角形中，

①等边对等角，大边对大角，反之亦然；

②任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边

**３、正弦定理**：　　　　　　　　　　　　　　　　　　(*R*为三角形外接圆的半径).

①公式变形：ⅰ、$a=2R\sin(A),b=2R\sin(B),c=2R\sin(C);$

ⅱ、$\sin(A)=\frac{a}{2R},\sin(B)=\frac{b}{2R},\sin(C)=\frac{c}{2R};$

ⅲ、$a:b:c=\sin(A):\sin(B):\sin(C)$

ⅳ、$A>B>C⇔a>b>c⇔\sin(A)>\sin(B)>\sin(C)$

②解决问题：ⅰ、已知两角和任一边，求另一角和其他两条边；

ⅱ、已知两边和其中一边的对角，求另一边和其它两个角．

**注意：**求解三角形时，若运用正弦定理，则务必注意可能有两解.

４、**余弦定理**：　　　　　　　　　　　　**推论：**

$a^{2}=$　　　　　　　　　　　　　　　；$\cos(A)=$　　　　　　　　　　　　　　　；

$b^{2}=$　　　　　　　　　　　　　　　；$\cos(B)=$　　　　　　　　　　　　　　　；

$c^{2}=$　　　　　　　　　　　　　　　；$\cos(C)=$　　　　　　　　　　　　　　　．

解决问题：ⅰ、已知三边，求各角；【可鉴定三角形的形状】

　　　　　ⅱ、已知两边和它们的夹角，求第三边和其它两个角．

**５、三角形的面积公式**：

①$S=\frac{1}{2}a⋅h\_{a}$，（$h\_{a}$表示边$a$上的高）；

②$S=\frac{1}{2}ab\sin(C)=$ =

类型一：正弦定理

1. 在$▵ABC$中，若$∠A=60^{∘}$，$∠C=75^{∘}$，$BC=3\sqrt{2}$，则$AC=$\_\_\_\_\_\_．
2. 在$△ABC$中，$a=\sqrt{3}$，$b=1$，$A=60°$，则$B=$\_\_\_\_\_\_
3. 满足A＝45°，c＝，a＝2的△ABC的个数为\_\_\_\_\_\_
4. $△ABC$的内角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，已知$A=θ$，$a=\sqrt{3}$，$b=2$，若$△ABC$有两解，则$θ$的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．
5. 在$△ABC$中，$A$、$B$、$C$所对的边分别为$a$、$b$、$c$，已知三个内角的度数之比$A:B:C=1:2:3$，那么三边长之比$a:b:c$等于\_\_\_\_\_\_

类型二：余弦定理

1. 在$▵ABC$中，$a$，$b$，$c$分别为内角$A$，$B$，$C$的对边，已知$a^{2}+c^{2}-ac=b^{2}$．求角$B$
2. 在△ABC中，内角A、B、C的对边分别是a、b、c，若，c=b，则A=\_\_\_\_\_\_
3. (多选)在$△ABC$中，$a=5$，$b=7$，$c=6$，则$△ABC$的形状不可能是(    )

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不确定

1. 在$ΔABC$中，角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，且$2a-c=2bcosC$．求$B$；

类型三：面积公式

1. 在中，若其面积，则=\_\_\_ ；
2. 在中，，这个三角形的面积为，则外接圆的直径是\_\_\_\_\_ ；

类型四：边角互化

1. $▵ABC$的内角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，设$(sinB-sinC)^{2}=sin^{2}A-sinBsinC$．求$A$；
2. 的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知

(I)求*C*； （II）若的面积为，求的周长．

1. 已知． （I）求的值； （II）若，的面积．

类型五：在图形中解三角形

1. 如图，四边形$ABCD$中，$AB=2$，$AD=\sqrt{5}$，$BC=2\sqrt{5}$，$CD=5$，$sin A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$A$为锐角．

$(1)$求$BD$； $(2)$求四边形$ABCD$的面积．


14. ∆ABC中，D是BC上的点，AD平分∠BAC，∆ABD是∆ADC面积的2倍。

 (Ⅰ)求 ;(Ⅱ) 若=1，=求和的长.

15. 四边形ABCD的内角A与C互补，AB=1，BC=3, CD=DA=2.

(**I**)求C和BD; (**II**)求四边形ABCD的面积。

类型六：有关范围（最值）问题

16. 设锐角三角形的内角的对边分别为，．

（Ⅰ）求的大小； （Ⅱ）求的取值范围．

17. 在中，，则的最大值为

18. △ABC在内角A、B、C的对边分别为a，b，c，已知*a=bcosC+csinB*。

（Ⅰ）求B； （Ⅱ）若*b=2*，求△ABC面积的最大值。

19. 的内角的对边分别为.已知.

(1)求; （2）若为锐角三角形，且，求面积的取值范围；

类型七：有关中线高线角平分线问题

20.（多选）在$▵ABC$中，$AB=7$，$AC=5$，$BC=3$，点$D$在线段$AB$上，下列结论正确的是(    )

A. 若$CD$是高，则$CD=\frac{15}{14}$
B. 若$CD$是中线，则$CD=\frac{\sqrt[ ]{19}}{2}$
C. 若$CD$是角平分线，则$CD=\frac{15}{8}$
D. 若$CD=3$，则$D$是线段$AB$的三等分点

21. （多选）已知$▵ABC$中，$AB=1,AC=4,BC=\sqrt[ ]{13},D$在$BC$上，$AD$为$∠BAC$的角平分线，$E$为$AC$中点，下列结论正确的是(    )

A. $▵ABC$的面积为$\sqrt[ ]{3}$

B. $BE=\sqrt[ ]{3}$
C. $sin∠ACB=\frac{\sqrt[ ]{26}}{26}$

D. $AD=\frac{4\sqrt[ ]{3}}{5}$

22. （多选）如图所示，$△ABC$中，$AB=1$，$AC=4$，$BC=\sqrt[ ]{13}$，$D$在$BC$边上，$E$在$AC$边上，且$AD$为$∠BAC$的角平分线，$∠ABE=90^{∘}$，则(    )


A. $BE=2$
B. $△ABC$的面积为$\sqrt[ ]{3}$
C. $AD=\frac{4\sqrt[ ]{3}}{5}$
D. 若点$P$在$△ABE$的外接圆上，则$PB+2PE$的最大值为$2\sqrt[ ]{7}$

类型八：有关实际问题

23. 如图，为测量山高，选择和另一座山的山顶为测量观测点.从点测得 点的仰角，点的仰角以及；从点测得.已知山高，则山高\_\_\_\_\_\_\_\_.

****

24.如图，A、B是海面上位于东西方向相距海里的两个观测点，现位于A点北偏东45°，B点北偏西60°的D点有一艘轮船发出求救信号，位于B点南偏西60°且与B点相距海里的C点的救援船立即即前往营救，其航行速度为30海里/小时，该救援船到达D点需要多长时间？

