**江苏省马坝中学2024级高一（下）3月份学情调研测试**

**数学试题**

**一､单项选择题：（本题共8小题，每小题5分，共40分.每题只有一个选项符合题意）**

1. 等于（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用向量的加法运算.

【详解】.

故选：D

2. 在四边形*ABCD*中，，，则四边形*ABCD*是（ ）

A 直角梯形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形

【答案】C

【解析】

【分析】利用向量垂直的充要条件判断出，利用相等向量满足的条件得到，，判断出四边形的形状．

【详解】解：由知．

由知，．

四边形是矩形．

故选：C．

3. 若，，则等于（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

【答案】A

【解析】

【分析】结合题意利用两角差的正切公式直接求解即可.

【详解】.

故选：A

4. 已知向量，若，则实数（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用垂直关系的向量表示，数量积的坐标表示列式计算得解.

【详解】向量，则，，

由，得，

所以.

故选：B

5. 已知点，，则与同方向的单位向量为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】首先求出，再求出，最后根据与同方向的单位向量为计算可得.

【详解】因，，

所以，则，

所以与同方向的单位向量为.

故选：C

6. 已知，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】借助诱导公式与二倍角公式计算即可得.

【详解】.

故选：B.

7. 已知，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用三角函数的两角和差公式，对已知条件进行平方处理，然后通过变形得到的值．

【详解】解：对两边平方，，

即①，

对两边平方，，

即②，

① +②得，，

即，

即，

则，解得

故选：C

8. 设，则

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【详解】因为，

所以．选B．

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 下列命题中错误的有（ ）

A. 的充要条件是且 B. 若，，则

C. 若，则存在实数，使得 D. 

【答案】ABC

【解析】

【分析】对于选项A，根据相等向量的定义，即可做出判断；对于选项B，根据零向量与任意向量平行即可做出判断；对于选项C，根据向量与共线的充要条件即可做出判断；对于选项D，根据向量加法的三角形法则即可做出判断.

【详解】对于选项A，若，则和的长度相等且方向相同.

当时，和的长度相等；

当时，和的方向不一定相同，故A不正确；

对于选项B，若，，则当，和不一定平行，故B不正确；

对于选项C，若，则当，则存在唯一一个实数，使得；

当，时，则不存在实数，使得，故C不正确；

对于选项D，由向量加法的三角形法则可知，，故D正确.

故选：ABC

10. 下列化简正确的是

A.  B. 

C.  D. 

【答案】CD

【解析】

【分析】

根据两角和差正弦和正切公式、二倍角的正弦和余弦公式依次化简各个选项可得结果.

【详解】中，，则错误；

中，，则错误；

中，，则正确；

中，，则正确.

故选：

【点睛】本题考查三角恒等变换的化简问题，涉及到两角和差正弦和正切公式、二倍角的正弦和余弦公式的应用.

11. 武汉十一中举行了春季运动会，运动会上有同学报名了实心球项目，其中实心球项目的比赛场地是一个扇形．类似一把折扇，经过数学组老师的实地测量，得到比赛场地的平面图如图2的扇形*AOB*，其中，，点*F*在弧*AB*上，且，点*E*在弧*CD*上运动，则下列结论正确的有（ ）



A.  B. ，则

C. 在方向上的投影向量为 D. 的最大值是

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据已知条件，建立以为坐标原点的平面直角坐标系，求出相关点的坐标由点坐标写出向量坐标，利用向量运算的坐标运算即可求解.

【详解】依题意，以为坐标原点，为轴建立平面直角坐标系，如图所示



因为，

所以，

设，

对于A， ，故A错误；

对于B，由，得，

即，解得，所以，故B正确；

对于C，，所以在方向上的投影向量为

，故C正确；

对于D，

，

因为，所以，

当，即时，取得最大值,

所以的最大值是.故D正确.

故选：BCD.

【点睛】关键点睛：本题主要是建立平面直角坐标系，求出相关点的坐标，利用向量的坐标运算即可.

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共计15分.**

12. 已知向量***a***＝（*m*，4），***b***＝（3，－2），且***a***∥***b***，则实数*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】－6

【解析】

【详解】解析：因为***a***∥***b***，所以（－2）×*m*－4×3＝0，解得*m*＝－6.

【考查意图】向量共线的坐标表示．

13. 在△ABC中，若则\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【详解】试题分析：（a+b+c）（b+c﹣a）=3bc，展开化为：b2+c2﹣a2=bc．再利用余弦定理即可得出．

详解：∵（a+b+c）（b+c﹣a）=3bc，

∴（b+c）2﹣a2=3bc，化为：b2+c2﹣a2=bc．

∴cosA=，

∵A∈（0，π），

∴A=60°．

故答案为.

点睛：本题主要考查正弦定理边角互化及余弦定理的应用与特殊角的三角函数，属于简单题. 对余弦定理一定要熟记两种形式：（1）；（2），同时还要熟练掌握运用两种形式的条件.另外，在解与三角形、三角函数有关的问题时，还需要记住等特殊角的三角函数值，以便在解题中直接应用.

14. 已知，，，且相异三点、、共线，则实数\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】本题首先可根据向量的运算法则得出、，然后通过题意得出，最后通过向量平行的相关性质即可得出结果.

【详解】，，

因为相异三点、、共线，所以，

则，解得或，

当时，，、重合，舍去，

故，

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：本题考查通过三点共线求参数，主要考查向量平行的相关性质，若，，，则，求出的值后要注意检验，考查计算能力，是中档题.

**四､解答题（本题共5小题，共77分）**

15. 已知，且与的夹角为，求：

（1）求；

（2）求；

（3）若向量与平行，求实数的值.

【答案】（1）

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）利用数量积的定义计算；

（2）利用向量求模公式即可；

（3）利用向量共线定理计算.

【小问1详解】

由题意可得

【小问2详解】

.

【小问3详解】

因与不共线，则，

由向量与平行可知，存在实数使得，

即，

则，得.

16. 如图所示，在边长为2的正方形中，分别是的中点，



（1）求证：；

（2）求的值.

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】(1)利用向量的线性运算和数量积运算可判断垂直；

(2) 利用向量的线性运算和数量积运算，即可求值.

【小问1详解】



由

因为正方形的边长为，所以有：

，

所以，即；

【小问2详解】

由，

因为正方形的边长为，所以有：

，

即

17. 已知.

（1）若，求的值；

（2）若，求的值.

【答案】（1）；（2）.

【解析】

【分析】（1）由平方关系以及两角和的正弦公式求解即可；

（2）由平方关系得出，由结合两角差的正弦公式，即可得出的值.

【详解】解：（1）因为，，所以

所以.

（2）因为，所以

又因为，所以

所以

.

【点睛】本题主要考查了同角三角函数的基本关系以及两角和与差的正弦公式的应用，属于中档题.

18. 已知函数

（1）求该函数最小正周期；

（2）求该函数最值；

（3）求该函数的单调增区间.

【答案】（1）

（2）

（3）

【解析】

【分析】（1）先利用二倍角公式结合辅助角公式把函数化简成正弦型函数，再利用求解最小正周期；

（2）利用三角函数的有界性求解函数的最值；

（3）利用整体代入法求解函数的单调区间.

【小问1详解】

因为

，

由，即该函数最小正周期为；

【小问2详解】

由（1）知，

由正弦函数的性质可知，

当，即时，，

当，即时，，

所以；

【小问3详解】

令，

解得，

则该函数的单调增区间为.

19. 如图，在半径为2，圆心角为的扇形的弧上任取一点，作扇形的内接矩形，使点在上，点在上，求这个矩形面积的最大值及相应的角的大小.



【答案】,此时

【解析】

【分析】设，则，利用图形将的长用的三角函数表示，根据三角恒等变换进行化简计算，化成正弦型函数，结合正弦函数的图象性质即可求其最值.

【详解】设，则，在中，

在中，因，则，

于是，，

故矩形的面积为

 ，

因，则，故当，

即时，.

即当时，矩形的面积取得最大值为.