第二章 常用逻辑用语 压轴题专练（题型清单）

**题型一　充分条件与必要条件的探求**

**例题：**已知关于*x*的一元二次方程*x*2*-*2*x*＋*m*2＝0*.*

(1)求出该方程有实数根的充要条件;

(2)写出该方程有实数根的一个充分不必要条件;

(3)写出该方程有实数根的一个必要不充分条件*.*

解(1)方程有实数根的充要条件是*Δ*≥0,即4*-*4*m*2≥0,解得*-*1≤*m*≤1*.*

(2)有实数根的一个充分不必要条件是*m*＝0*.*

(3)有实数根的一个必要不充分条件是*-*2＜*m*≤2*.*

【点睛】条件的充要关系的常用判断方法

(1)定义法：直接判断若*p*则*q*，若*q*则*p*的真假.

(2)等价法：利用*A*⇒*B*与*B*⇒*A*，*B*⇒*A*与*A*⇒*B*，*A*⇔*B*与*B*⇔*A*的等价关系，对于条件或结论是否定式的命题，一般运用等价法.

(3)利用集合间的包含关系判断：若*A*⊆*B*，则*A*是*B*的充分条件或*B*是*A*的必要条件；若*A*＝*B*，则*A*是*B*的充要条件.

**巩固训练**

1.设*p*：1＜*x*＜2，*q*：|*x*－1|＜1，则*p*是*q*成立的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

解析：当1＜*x*＜2时，0＜*x*－1＜1，所以|*x*－1|＜1，即*p*⇒*q*；但由|*x*－1|＜1，得0＜*x*＜2，所以*q**p*．故选A．

2.“*a*＝0”是“二次函数*y*＝*x*2＋*ax*(*x*∈**R**)的图象关于*y* 轴对称”的 (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)条件．

解析　当*a*＝0时，二次函数*y*＝*x*2＋*ax*(*x*∈**R**)即为*f*(*x*)＝*x*2，关于*y* 轴对称；

若二次函数*y*＝*x*2＋*ax*(*x*∈**R**)的图象对称轴为*x*＝－，其关于*y* 轴对称，则－＝0，解得*a*＝0．

综上可知，“*a*＝0”是“二次函数*y*＝*x*2＋*ax*(*x*∈**R**)的图象关于*y* 轴对称”的充要条件．

答案　充要

**题型二　根据命题的真假求参数**

**例题：**已知命题*p*:∃*x*＞0,*x*＋*a-*1＝0*.*若*p*为假命题,则*a*的取值范围是*.*

解析∵*p*为假命题,∴􀱑*p*为真命题,即∀*x*＞0,*x*＋*a-*1≠0,所以*x*≠1*-a*,∴1*-a*≤0,则*a*≥1*.*故*a*的取值范围是[1,＋*∞*)*.*

答案[1,＋*∞*)

【点睛】含量词的命题中求参数范围的讨论步骤

(1)先根据条件推出每一个命题的真假．

(2)求出每个命题为真命题时参数的取值范围．

(3)最后根据每个命题的真假情况，求出参数的取值范围．

**巩固训练**

1.已知命题“∃*x*∈**R**，使2*x*2＋(*a*－1)*x*＋≤0”是假命题，则实数*a*的取值范围是(　　)

A．(－∞，－1) B．(－1,3)

C．(－3，＋∞) D．(－3,1)

解析 原命题的否定为∀*x*∈**R,**2*x*2＋(*a*－1)*x*＋＞0，由题意知，命题的否定为真命题，

则*Δ*＝(*a*－1)2－4×2×＜0，

则－2＜*a*－1＜2，则－1＜*a*＜3，故选B．

2.已知*p*：∃*x*0∈**R**，*mx*2＋1≤0，*q*：∀*x*∈**R**，*x*2＋*mx*＋1＞0，若*p*和*q*都是假命题，则实数*m*的取值范围为(　　)

A．*m*≥2 B．*m*≤－2

C．*m*≤－2或*m*≥2 D．－2≤*m*≤2

解析 依题意知，*p*，*q*均为假命题．当*p*是假命题时，∀*x*∈**R**，*mx*2＋1＞0恒成立，则有*m*≥0；当*q*是假命题时，则有*Δ*＝*m*2－4≥0，*m*≤－2或*m*≥2．

因此，由*p*，*q*均为假命题得

即*m*≥2，故选A．

**题型三　充分、必要、充要条件的应用**

**例题：**已知非空集合*A*＝{*x*|2*a*－3<*x*<3*a*＋1}，集合*B*＝{*x*|－5<*x*<4}．

(1)若“*x*∈*A*”是“*x*∈*B*”的充分条件，求实数*a*的取值范围；

(2)是否存在实数*a*，使“*x*∈*A*”是“*x*∈*B*”的充要条件？若存在，求出*a*的值；若不存在，说明理由．

解　(1)因为“*x*∈*A*”是“*x*∈*B*”的充分条件，

所以*A*⊆*B*，又*A*≠∅，

则 解得－1≤*a*≤1，所以*a*∈[－1,1]．

(2)若存在实数*a*，使“*x*∈*A*”是“*x*∈*B*”的充要条件，即*A*＝*B*，则必有

即 则方程组无解．

故不存在实数*a*，使“*x*∈*A*”是“*x*∈*B*”的充要条件．

【点睛】利用条件的充要性求参数范围的两个策略

(1)转化为集合关系解决此类问题，一般是把充分条件、必要条件或充要条件转化为集合之间的关系，然后根据集合之间的关系列出关于参数的不等式(组)求解．

(2)利用命题的等价性转化解决，利用转化的方法理解充分必要条件：若*p*是*q*的充分不必要(必要不充分、充要)条件，则*p*是*q*的必要不充分(充分不必要、充要)条件．

(3)充要条件的证明，既要证明充分性，又要证明必要性．

**巩固训练**

1.已知*p*：－1≤*x*≤4，*q*：1－*m*≤*x*≤1＋*m*(*m*＞0)，且*p*是*q*的充分条件但不是必要条件，则实数*m*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案　[3，＋∞)

解析　因为*p*是*q*的充分条件但不是必要条件，所以*p*⇒*q*且*q*⇒*p*，

即{*x*|－1≤*x*≤4}{*x*|1－*m*≤*x*≤1＋*m*，*m*＞0}，

所以或

解得*m*≥3.∴*m*的取值范围为[3，＋∞).

2.求证：*a*2>*b*2的一个充分不必要条件是*a*>|*b*|．

证明　充分性：因为*a*>|*b*|，所以*a*>0，

即|*a*|>|*b*|≥0，所以*a*2>*b*2，

所以*a*>|*b*|是*a*2>*b*2的充分条件，

因为*a*＝－2，*b*＝1时*a*2>*b*2，但*a*<|*b*|，

所以*a*>|*b*|不是*a*2>*b*2的必要条件．

综上：*a*2>*b*2的一个充分不必要条件是*a*>|*b*|．

**题型四　充要条件的应用**

**例题：**设*A*，*B*是两个集合，则“*A*∩*B*＝*A*”是“*A*⊆*B*”的(　　)

A.充分条件但不是必要条件

B.必要条件但不是充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

答案　C

解析　结合Venn图可知，*A*∩*B*＝*A*⇒*A*⊆*B*；反之*A*⊆*B*⇒*A*∩*B*＝*A*，故“*A*∩*B*＝*A*”是“*A*⊆*B*”的充要条件.故选C.

**题型五　应用充分、必要、充要条件确定参数的值(取值范围)**

**例题：**(1)已知*p*：*x*2＋*x*－6＝0，*q*：*ax*＋1＝0(*a*≠0).若*p*是*q*的必要条件但*p*不是*q*的充分条件，则实数*a*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案　－或

解析　令*A*＝{*x*|*p*(*x*)}，*B*＝{*x*|*q*(*x*)}，则*A*＝{－3，2}，*B*＝.

由题意*p*⇒*q*，*q*⇒*p*，

∴*B**A*，∴－＝2或－＝－3，

∴*a*＝－或*a*＝.

综上：*a*＝－或*a*＝.

(2)已知*p*：实数*x*满足4*a*＜*x*＜*a*，其中*a*＜0，*q*：实数*x*满足－1≤*x*≤4.若*p*是*q*的充分条件，求实数*a*的取值范围.

解　设*A*＝{*x*|*p*(*x*)}，*B*＝{*x*|*q*(*x*)}，

则*A*＝{*x*|4*a*＜*x*＜*a*}，*B*＝{*x*|－1≤*x*≤4}.

由题意*p*⇒*q*，∴*A*⊆*B*，

∴∴－≤*a*＜0.

∴实数*a*的取值范围为.

**巩固训练**

1.设*x*∈**R**，则“2－*x*≥0”是“0≤*x*≤2”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件.

答案　必要条件但不是充分

解析　设*A*＝{*x*|2－*x*≥0}＝{*x*|*x*≤2}，*B*＝{*x*|0≤*x*≤2}，显然*B是A的*必要不充分条件，故填必要条件但不是充分.

2.－2＜*x*＜2的一个必要条件但不是充分条件的是(　　)

A.－2≤*x*≤2 B.－2＜*x*＜0

C.0＜*x*≤2 D.1＜*x*＜3

答案　A

解析　由集合关系可知选A.

3.不等式3*x*＋*a*≥0成立的充要条件为*x*≥2，求实数*a*的值.

解　3*x*＋*a*≥0化为*x*≥－.

由题意＝{*x*|*x*≥2}，

所以－＝2，*a*＝－6.

**题型六　利用全称量词命题、存在量词命题的真假求参数**

**例题：**若命题*p*：∀*x*∈**R**，*x*2－2*x*＋*m*≠0是真命题，则实数*m*的取值范围是(　　)

A.[1，＋∞) B.(1，＋∞)

C.(－∞，1) D.(－∞，1]

答案　B

解析　命题*p*：∀*x*∈**R**，*x*2－2*x*＋*m*≠0是真命题，则*m*≠－(*x*2－2*x*)，∵－(*x*2－2*x*)＝－(*x*－1)2＋1≤1，∴*m*>1.

∴实数*m*的取值范围是(1，＋∞).故选B.

**巩固训练**

1.已知命题“∃*x*∈**R**，使4*x*2＋(*a*－2)*x*＋≤0”是假命题，则实数*a*的取值范围是(　　)

A.(－∞，0) B.[0，4]

C.[4，＋∞) D.(0，4)

答案　D

解析　∵命题“∃*x*∈**R**，使4*x*2＋(*a*－2)*x*＋≤0”是假命题，

∴命题“∀*x*∈**R**，使4*x*2＋(*a*－2)*x*＋>0”是真命题，

即判别式*Δ*＝(*a*－2)2－4×4×<0，

即(*a*－2)2<4，则－2<*a*－2<2，

即0<*a*<4，故选D.

**题型七　转化与化归思想的应用**

**例题：**设*p*：实数*x*满足*A*＝{*x*|*x*≤3*a*或*x*≥*a*(*a*<0)}，*q*：实数*x*满足*B*＝{*x*|－4≤*x*<－2}，且*q*是*p*的充分条件但不是必要条件，求实数*a*的取值范围.

解　∵*q*是*p*的充分条件但不是必要条件，

∴*B**A*，

∴或

解得－≤*a*<0或*a*≤－4.

∴*a*的取值范围为.

**巩固训练**

1.若“∀*x*∈[－5，3]，*x*2－2*m*＋3>0”为真，求实数*m*的取值范围；

解析　∀*x*∈[－5，3]，*x*2－2*m*＋3>0可转化为*x*2>2*m*－3，令*y*＝*x*2，*x*∈[－5，3]，∴*y*min＝0，∴0>2*m*－3，

∴*m*<，即实数*m*的取值范围为.

2.若“∃*x*∈[2，4]，＋2>*m*－1”为真，求实数*m*的取值范围.

解析　∃*x*∈[2，4]，＋2>*m*－1可转化为>*m*－3，令*y*＝，*x*∈[2，4]，

由反比例函数图象易知*y*max＝，

∴>*m*－3，∴*m*<，

即*m*的取值范围为.