|  |
| --- |
| **平面向量知识点及例题** |
| **名称** | **几何形式** | **代数形式** | **备注** |
| **向量** | 既有 又有  |  | 可 移动若向量的起点为坐标原点，则:  |
| **模** | 向量的  | AB两点间的 =  | =即=  |
| **零向量** | 长度为 方向  | =  | 与任意向量  |
| **单位向量** | 长度为  |   | 非零向量的单位向量为  |
| **平行****（共线）向量** | 定义 定理  |  | = |
| **相等向量** | 长度 方向  | = 即  | 两个向量只有相等或不相等，不能比较大小 |
| **相反向量** | 长度 方向  | =- 即  | 和为  |
| **垂直向量** | 与的夹角为 即=  |   |  |
| **向量加法** | 三角形法则 | 平行四边形 |  | ➀P为线段AB的中点，则=➂G为的重心，则  |
| **向量减法** | 三角形法则 |  | =+  |
| **向量数乘** | 模长： 方向：  | = |  |
| **数量积** | = | = | 等于与 的乘积（投影） |
| **夹角** | ，，则与的夹角为  |  | 范围：  |
| **投影** | 在上的投影为  | 公式  | 意义： |

**平面向量知识点**

1. 平面向量的坐标运算: 设$A(x\_{1},y\_{1}),B(x\_{2},y\_{2})$,则$\vec{AB}$= ；
2. 设$\vec{a}=(x\_{1},y\_{1}),\vec{b}=(x\_{2},y\_{2})$，则$\left|\vec{a}\right|$= ，$ λ\vec{a}$= ；

 $\vec{a}+\vec{b}$= ，$\vec{a}-\vec{b}$= ， $\vec{a}\vec{b}$= ；

1. $\overset{\to }{a}⋅\overset{\to }{b}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$，$\overset{\to }{0}⋅\overset{\to }{a}=\overset{}{\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_}$;$\overset{\to }{a}^{2}=\overset{}{\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_}$;$|\overset{\to }{a}|=\overset{}{\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_}$
2. 设$\vec{a}=(x\_{1},y\_{1}),\vec{b}=(x\_{2},y\_{2})$，则$\cos(θ)$= = ；
3. 平面向量的基本定理：如果$\overset{\to }{e\_{1}}$ 和$\overset{\to }{e\_{2}}$ 是同一平面内的两个不共线向量 ,那么对该平面内的任一向量$\overset{\to }{a}$ ,有且只有一对实数 $λ\_{1},λ\_{2}$ ,使$\overset{\to }{a}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$
4. 两个向量平行的充要条件 $\overset{\to }{a}//\overset{\to }{b}⇔\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_⇔\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$
5. 两个非零向量垂直的充要条件$\overset{\to }{a}⊥\overset{\to }{b}⇔\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_⇔\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$
6. 零向量与任一向量\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 什么是单位向量？\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_与$→$同向的单位向量为\_\_\_\_\_ 与 $→$共线的单位向量为\_\_\_\_\_\_\_
7. 若 P 为 A,B 的中点，O 为直线 AB 外一点，则：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
8. 三点共线的向量表示形式：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
9. 模长不等式：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
10. 数量积不等式：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**平面向量例题**

1. 已知向量$\vec{a}=(2,5)$，$\vec{b}=(λ,4)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$λ=$           ．
2. 已知向量$\vec{a}=(-4,3)$，$\vec{b}=(6,m)$，且$\vec{a}⊥\vec{b}$，则$m=$          ．
3. 已知向量$\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(m,1)$，若向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，则$m=$          ．
4. 已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，且$(\vec{a}-\vec{b})⊥\vec{b}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为          ．
5. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=6$，$\vec{a}·\vec{b}=-6$，则$cos<\vec{a}$，$\vec{a}+\vec{b}>=$          ．
6. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$60°$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$          ．
7. 在平面直角坐标系中，已知两点$A(cos80^{∘},sin80^{∘})$，$B(cos20^{∘},sin20^{∘})$，则$|\vec{AB}|$的值是          ．
8. 已知正方形$ABCD$的边长为$2$，点$P$满足$\vec{AP}=\frac{1}{2}(\vec{AB}+\vec{AC})$，则$|\vec{PD}|=$          ；$\vec{PB}⋅\vec{PD}=$          ．
9. 边长为$2的$菱形$ABCD$，，点$E$，$F$分别在边$BC$，$DC$上，$BC=3BE$，$DC=λDF$，若$\vec{AE}⋅\vec{AF}=1$，$λ$=\_\_\_\_\_．
10. 在$△ABC$中，$AD$为$BC$边上的中线，$E$为$AD$的中点，则$\vec{EB}=($  $)$

A. $\frac{3}{4}\vec{AB}-\frac{1}{4}\vec{AC}$ B. $\frac{1}{4}\vec{AB}-\frac{3}{4}\vec{AC}$ C. $\frac{3}{4}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$ D. $\frac{1}{4}\vec{AB}+\frac{3}{4}\vec{AC}$

1. （多选题）若$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$均为单位向量，且$\vec{a}⋅\vec{b}=0$，则$\left|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right|$的值可能为$($        $)$

A. $\sqrt{2}-1$ B. $\sqrt{2}-\frac{6}{5}$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $\sqrt{2}$

1. 如图，在四边形$ABCD$中，$∠B=60°$，$AB=3$，$BC=6$，且$\vec{AD}=λ\vec{BC}$，$\vec{AD}⋅\vec{AB}=-\frac{3}{2}$，则实数$λ$的值为          ，若$M$，$N$是线段$BC$上的动点，且$|\vec{MN}|=1$，则$\vec{DM}⋅\vec{DN}$的最小值为          ．
2. 在平面直角坐标系中，已知点$A(-1,0)$、$B(2,0)$，$E$、$F$是$y$轴上的两个动点，且$|\vec{EF}|=2$，则$\vec{AE}⋅\vec{BF}$的最小值为\_\_\_\_\_\_．
3. 已知$△ABC$是边长为$2$的等边三角形，$P$为平面$ABC$内一点，则$\vec{PA}⋅(\vec{PB}+\vec{PC})$的最小值是\_\_\_\_\_\_\_．
4. 在边长为$1$的等边三角形$ABC$中，$D$为线段$BC$上的动点，$DE⊥AB$且交$AB$于点$E$，$DF//AB$且交$AC$于点$F$，

则$|2\vec{BE}+\vec{DF}|$的值为          ；$(\vec{DE}+\vec{DF})⋅\vec{DA}$的最小值为           ．

1. 已知，且，若点满足，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_．
2. 已知向量$\vec{a}=(cosx,sinx)$，$\vec{b}=(3,-\sqrt{3})$，$x\in [0,π]$． $(1)$若$\vec{a}//\vec{b}$，求$x$的值；
$(2)$记$f(x)=\vec{a}⋅\vec{b}$，求$f(x)$的最大值和最小值以及对应的$x$的值．
3. $(1)$求$cos15°$的值并写出“两角差的余弦公式”$($角用$α$，$β$，$α-β$表示$)$
$(2)$证明“两角差的余弦公式”$($备用图是单位圆$)$．

|  |
| --- |
|  |



1. 已知向量$=(cosα,sinα)$，向量$=(cosβ,sinβ)$，$|$$|=\frac{3\sqrt{10}}{5}$． $($Ⅰ$)$求$cos(α-β)$；
$($Ⅱ$)$若$0<α<\frac{π}{2}$，$-\frac{π}{2}<β<0$，且$sinβ=-\frac{5}{13}$，求$sinα$的值．

1. 已知向量$\vec{a}=(2cos x,sin x),\vec{b}=(\sqrt{3}cos x,2cos x)$，设函数$f(x)=\vec{a}·\vec{b}$．

$(1)$求$f(x)$的递减区间； $(2)$当$x\in \left[-\frac{π}{3},\frac{π}{4}\right]$时，求函数$f(x)$的值域．