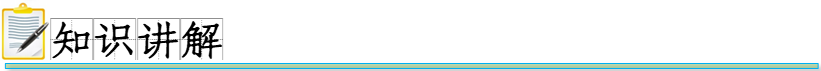
专题13.1 基本立体图形



|  |  |
| --- | --- |
| 一、棱柱、棱锥、棱台的结构特征 | 六、几何体中的基本计算 |
| 二、旋转体的结构特征 | 七、画直观图 |
| 三、简单的组合体 | 八、直观图的还原 |
| 四、简单几何体的展开图 | 九、斜二测画法的计算问题 |
| 五、最短距离问题 |  |



**知识点1空间几何体的分类**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 定义 | 图示 |
| 多面体 | 由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体 | 15 bsxraxj-1 |
| 旋转体 | 由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体 | BC1-2a |

**1.多面体**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 定义 | 图形及表示 | | 结构特征 |
| 棱柱 | 一般地，有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的多面体 | BC1-3 | 用表示底面的各顶点的字母表示棱柱，如右图棱柱 | ①有两个面互相平行；  ②各侧棱都互相平行，各侧面都是平行四边形 | |
| 棱锥 | 一般地，有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的多面体 | bc1-5 | 表示顶点和底面各顶点的字母表示棱锥．如图所示的四棱锥可表示为棱锥*S*−*ABCD*． | ①有一个面是多边形；  ②其余各面都是有一个公共顶点的三角形． | |
| 棱台 | 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分 | T1010100 | 用表示底面各顶点的字母表示棱台，如右图棱台*ABCD*− *A*′*B*′*C*′*D*′ | ①上底面与下底面是互相平行的相似多边形；  ②侧面都是梯形；  ③侧棱延长线必交于一点 | |

**2.旋转体**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 定义 | 图形及表示 | | 结构特征 | |
| 圆柱 | 以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转形成的面所围成的旋转体 | T1010140 | 圆柱可以用表示它的轴的字母表示，右图所示的圆柱可以表示为圆柱*OO*′． | ①圆柱有无数条母线，它们平行且相等．  ②平行于底面的截面是与底面大小相同的圆．  ③圆柱的任何一条母线都平行于圆柱的轴． |
| 圆锥 | 以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的面所围成的旋转体 | t1010150 | 圆锥可以用表示它的轴的字母表示，右图所示的圆锥可以表示为圆锥*SO*． | ①圆锥有无数条母线，它们有公共点即圆锥的顶点，且长度相等．  ②平行于底面的截面都是圆．  ③过任意两条母线的截面是等腰三角形． |
| 圆台 | 用平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分 | Z20 | 圆台可以用表示它的轴的字母表示，右图所示的圆台可以表示为圆台*OO*′． | ①圆台有无数条母线，且它们相等，延长后相交于一点．  ②平行于底面的截面是圆．  ③过轴的截面是全等的等腰梯形．  ④过任意两条母线的截面是等腰梯形． |
| 球 | 以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的旋转体 | Z22 | 可以用表示球心的字母表示球，右图所示的球可以表示为球*O* | 球是旋转体，球的表面是旋转形成的曲面，球是球面及其内部空间组成的几何体． |

**3.组合体**

由柱体、锥体、台体、球体等简单几何体组合而成的几何体叫做简单组合体．

简单组合体构成的两种基本形式：①由简单几何体拼接而成；②由简单几何体截去或挖去一部分而成

**知识点2直观图**

**1.斜二测画法**

空间几何体的直观图常用斜二测画法来画，其规则是：

|  |  |
| --- | --- |
| 第一步 | 在已知图形中取互相垂直的轴和轴，两轴相交于点  画直观图时，把它们画成对应的轴和轴，两轴相交于点，且使(或)，它们确定的平面表示水平面. |
| 第二步 | 已知图形中平行于轴或*y*轴的线段，在直观图中分别画成平行于轴或轴的线段 |
| 第三步 | 已知图形中平行于轴的线段，在直观图中保持原长度不变，  平行于轴的线段，长度为原来的一半 |
| 强调注意：  “斜”是指在已知图形的平面内与*x*轴垂直的线段，在直观图中均与轴成45°或135°；  “二测”是指两种度量形式，即在直观图中，平行于轴或轴的线段长度不变；平行于轴的线段长度变为原来的一半． | |

**2.直观图的面积与原图面积之间的关系**

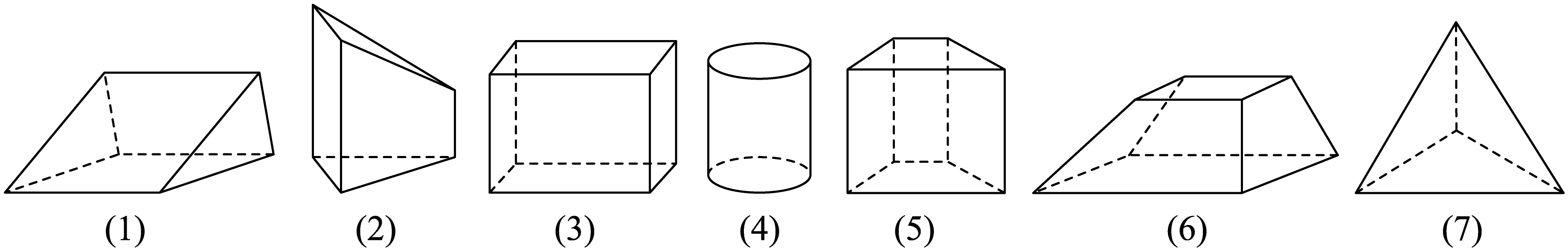
①原图形与直观图的面积比为，即原图面积是直观图面积的倍，

②直观图面积是原图面积的倍.



**重难点一、棱柱、棱锥、棱台的结构特征**

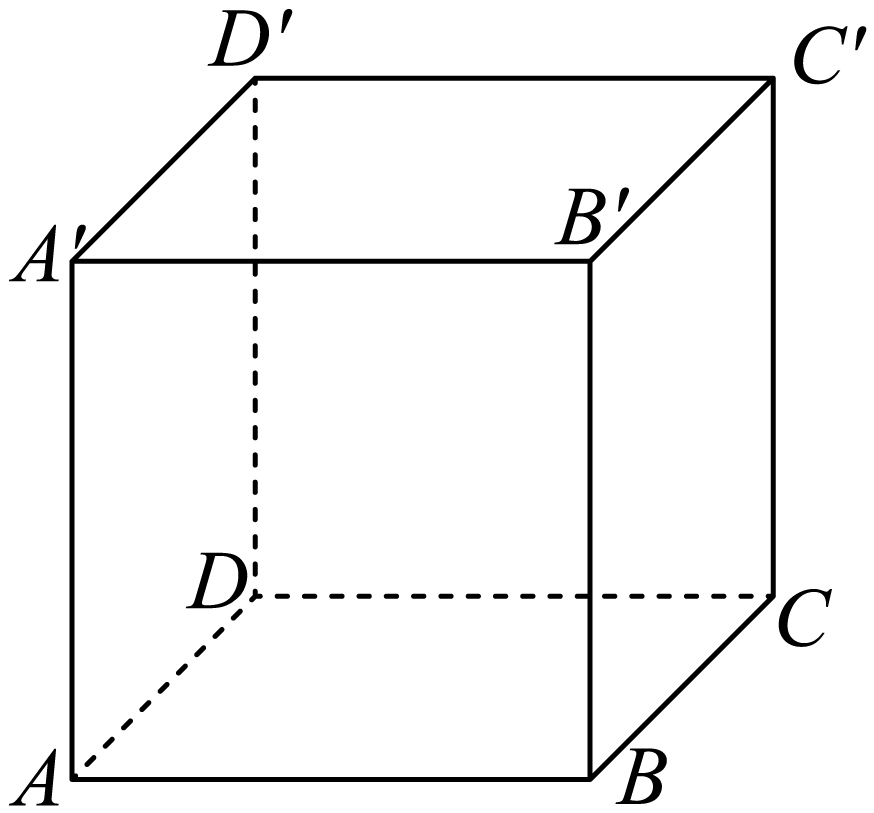
【例1】观察下面的几何体，哪些是棱柱？（    ）



A．（1）（3）（5） B．（1）（2）（3）（5）

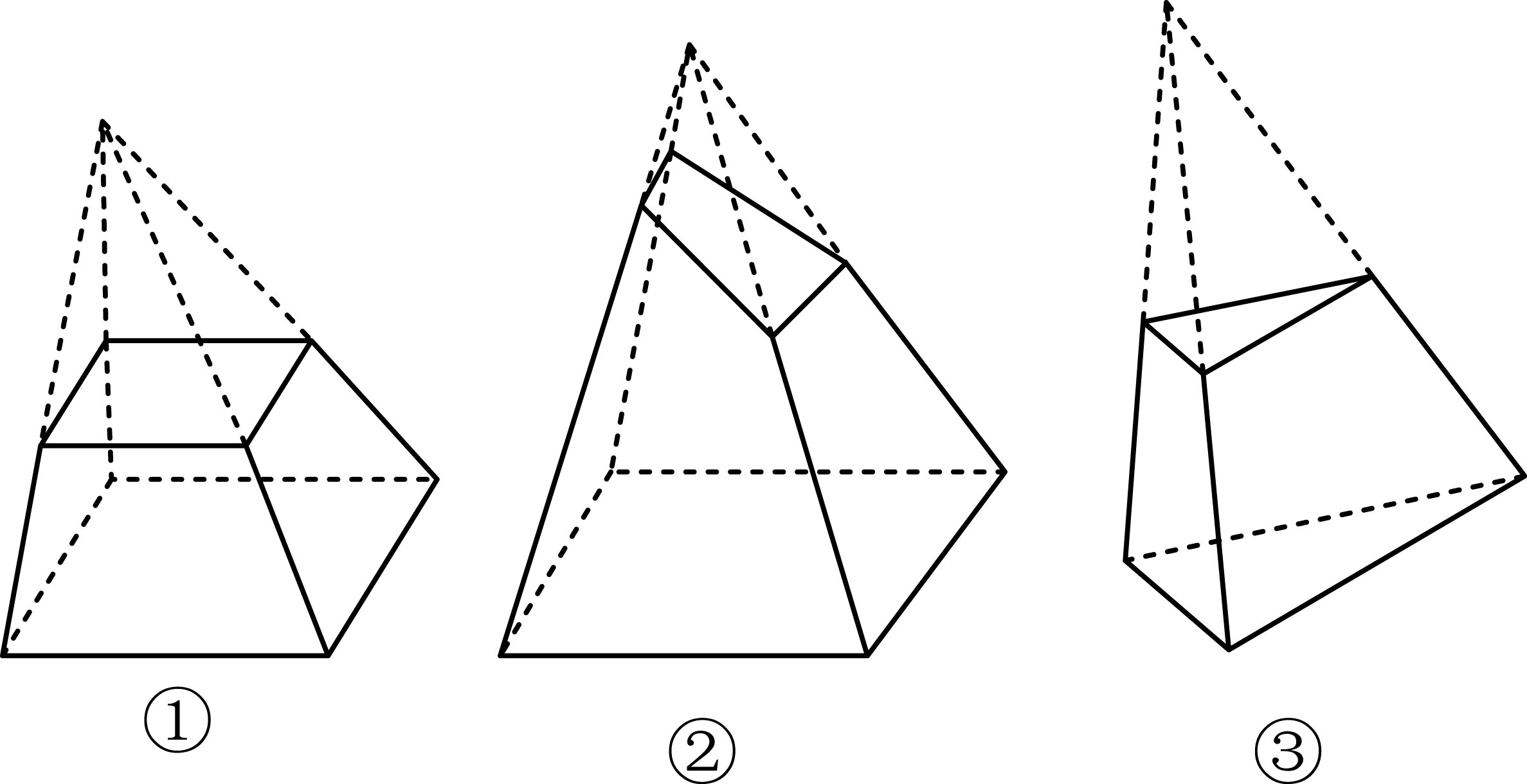
C．（1）（3）（5）（6） D．（3）（4）（6）（7）

【例2】如图所示，在长方体的所有棱中，与平面垂直的棱有（    ）条.



A．1 B．2 C．3 D．4

【变式1-1】下列空间图形中是棱台的为 .(填序号)



【变式1-2】（多选）以下说法不正确的是（    ）

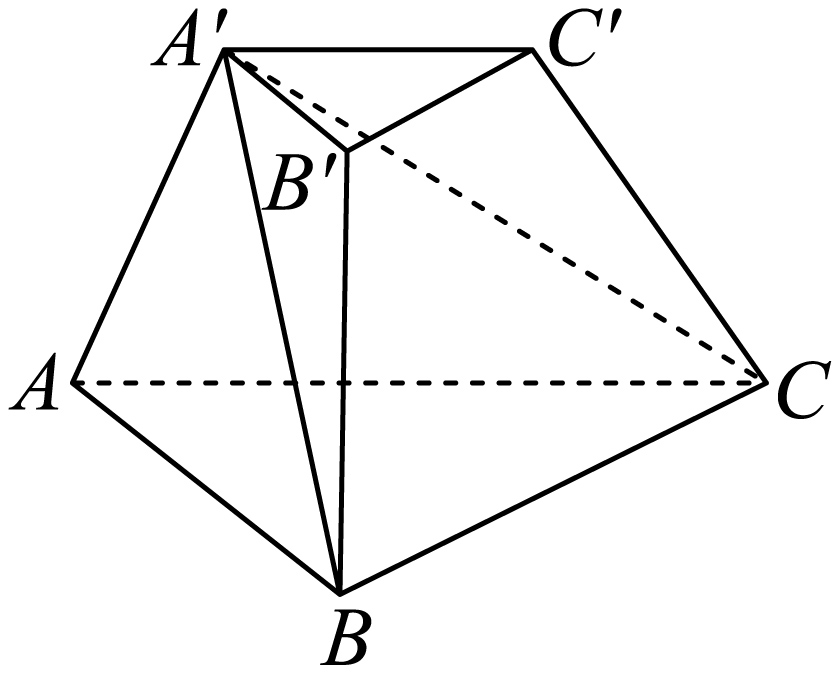
A．各侧面都是矩形的棱柱是长方体

B．有两个相邻侧面是矩形的棱柱是直棱柱

C．底面是正多边形的棱锥是正棱锥

D．底面四条边相等的直棱柱是正四棱柱

【变式1-3】如图所示，在三棱台中，截去三棱锥，则剩余部分是（    ）



A．三棱锥 B．四棱锥 C．三棱柱 D．组合体



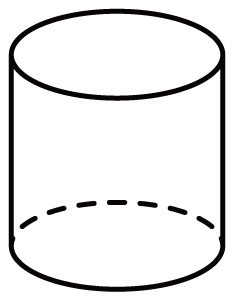
棱柱的判断：①有两个平面(底面)互相平行;②其余各面(侧面)都是四边形,并且每相邻两个面的公共边(侧棱)都互相平行；

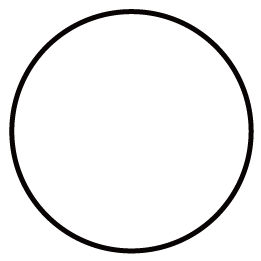
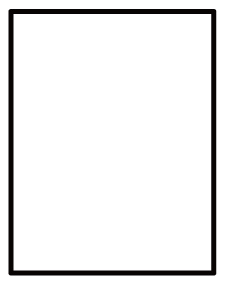
棱锥的判断：①只有一个面是多边形,此面即为底面；②所有的侧棱相交于一点；

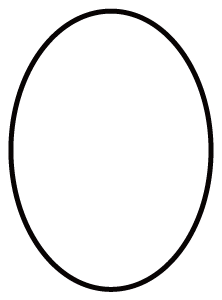
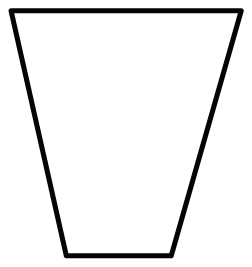
棱台的判断：①两个互相平行的面,即为底面；②所有的侧棱延长后相交于一点

**重难点二、旋转体的结构特征**

【例3】用一个平面截如图所示圆柱体，截面的形状不可能是（    ）



A．   B．

C．   D．

【例4】下列说法正确的是（    ）

①棱柱的侧棱都相等；

②以直角梯形的一腰为轴旋转一周所得到旋转体是圆台；

③圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆台；

④通过圆台侧面上一点有无数条母线．

A．①② B．①③ C．②④ D．③④

【变式2-1】菱形绕对角线所在直线旋转一周所得到的几何体为（    ）

A．由两个圆台组成 B．由一个圆锥和一个圆台组成

C．由两个圆锥组成 D．由两个棱台组成

【变式2-2】有下列命题，其中错误命题个数是（    ）

①圆柱是将矩形旋转一周所得的几何体；②过圆锥顶点的截面是等腰三角形；③以直角三角形一边为旋转轴，旋转所得的旋转体是圆锥；④平行于母线的平面截圆锥，截面是等腰三角形.

A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

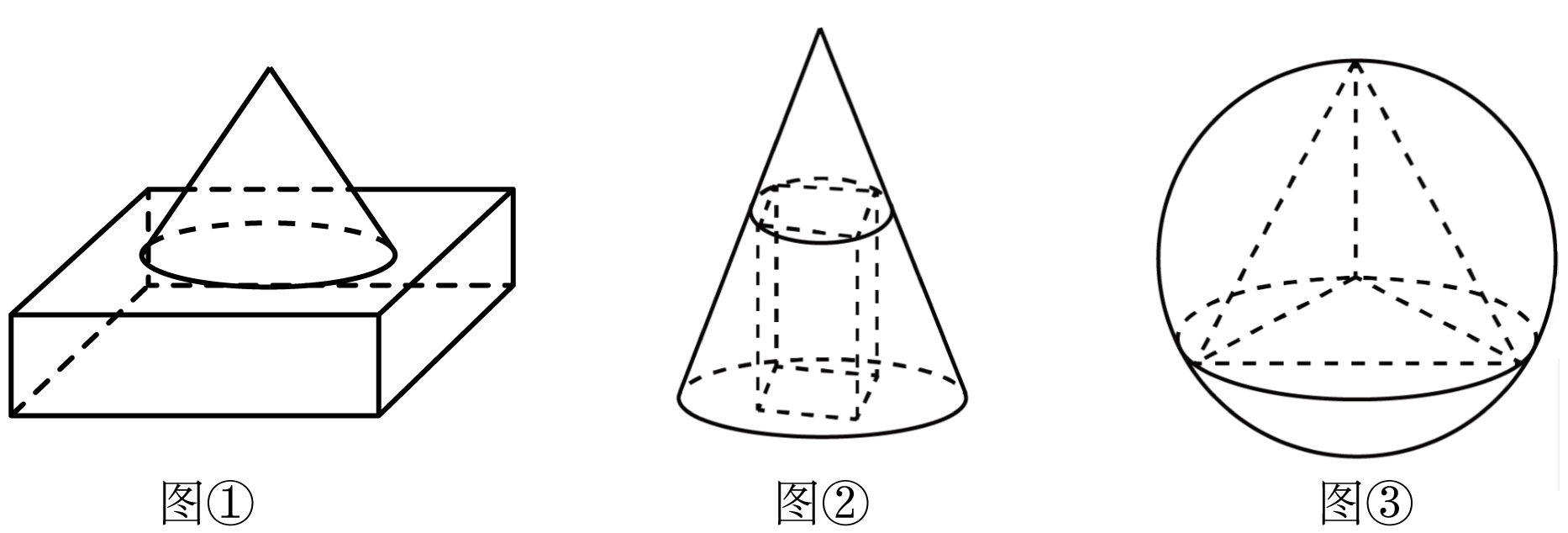
【变式2-3】已知一个圆柱的轴截面是一个正方形，且其面积是，则此圆柱的底面的面积是 .



判断简单旋转体结构特征：①明确由哪个平面图形旋转而成；②明确旋转轴是哪条直线

**重难点三、简单的组合体**

【例5】指出图中三个空间几何体的构成．



【例6】若正五边形的中心为，以所在的直线为轴，其余五边旋转半周形成的面围成一个几何体，则（    ）

A．该几何体为圆台

B．该几何体是由圆台和圆锥组合而成的简单组合体

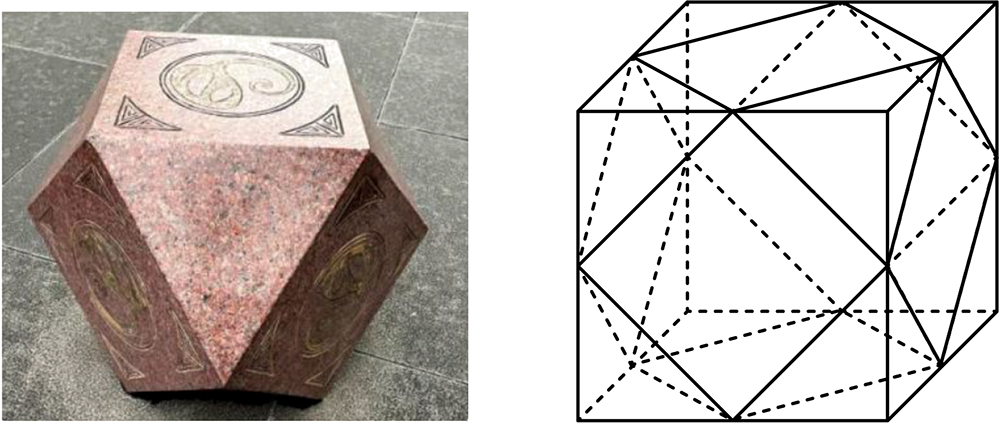
C．该几何体为圆柱

D．该几何体是由圆柱和圆锥组合而成的简单组合体

【变式3-1】请描述如图所示的几何体是如何形成的．



【变式3-2】某广场设置了一些石凳供大家休息，如图，每个石凳都是由正方体截去八个相同的正三棱锥得到的几何体，则下列结论不正确的是（    ）



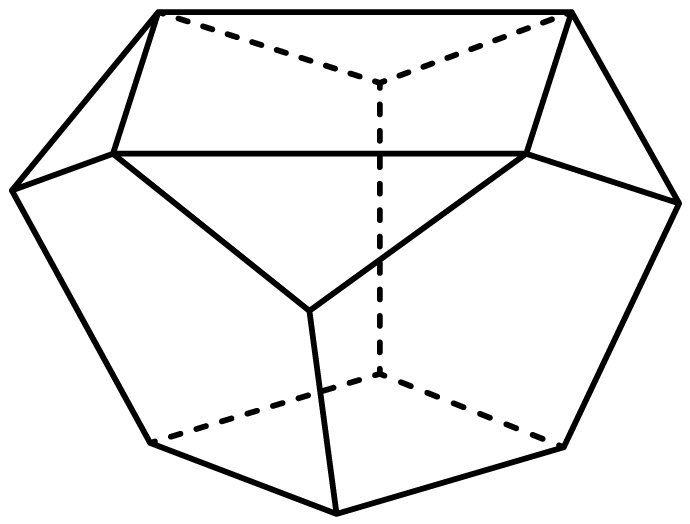
A．该几何体的面是等边三角形或正方形

B．该几何体恰有12个面

C．该几何体恰有24条棱

D．该几何体恰有12个顶点

【变式3-3】图中的十面体的面是由四个正五边形，四个三角形和两个正方形组成的，则图中上正方形面积是下正方形面积的（    ）倍.



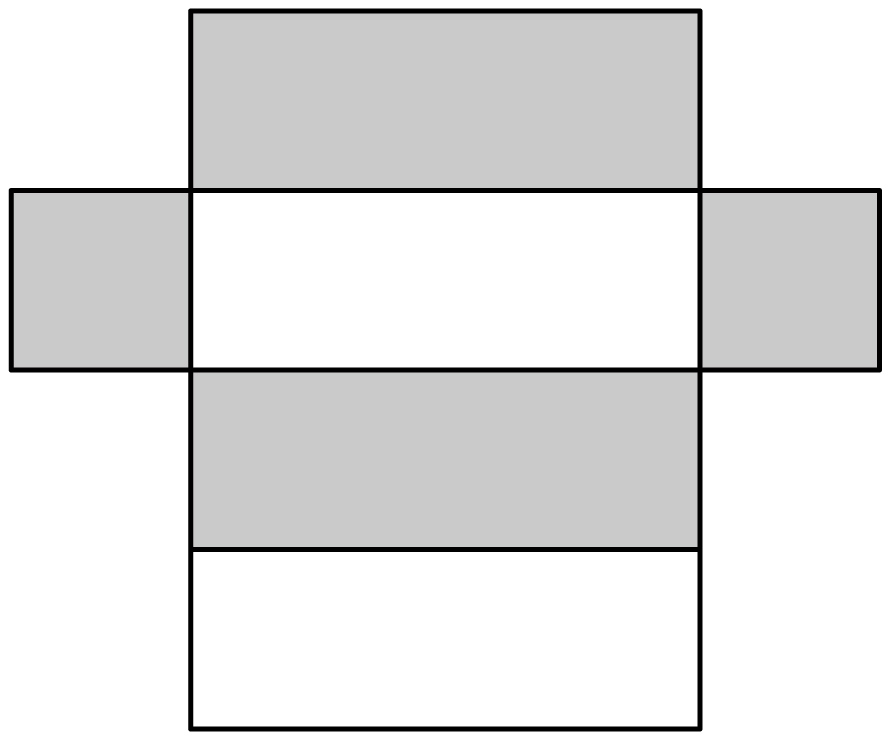
A．1 B．2 C．3 D．4

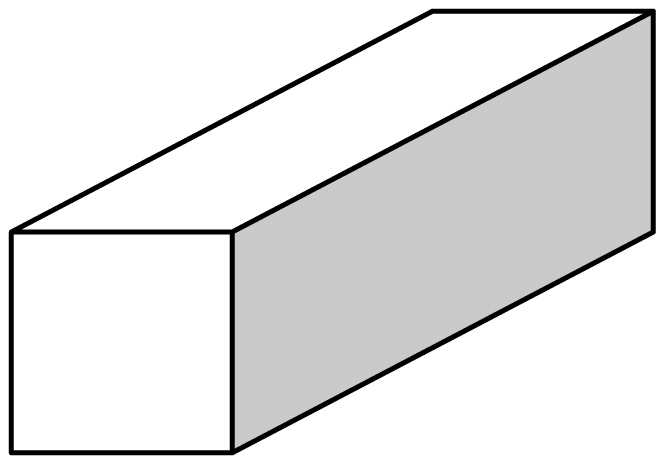
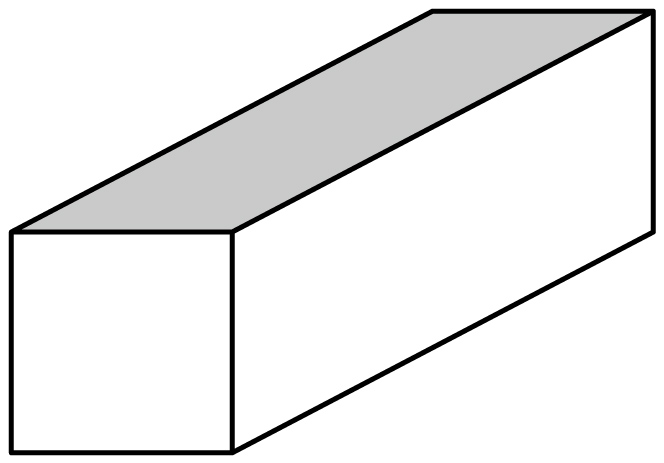
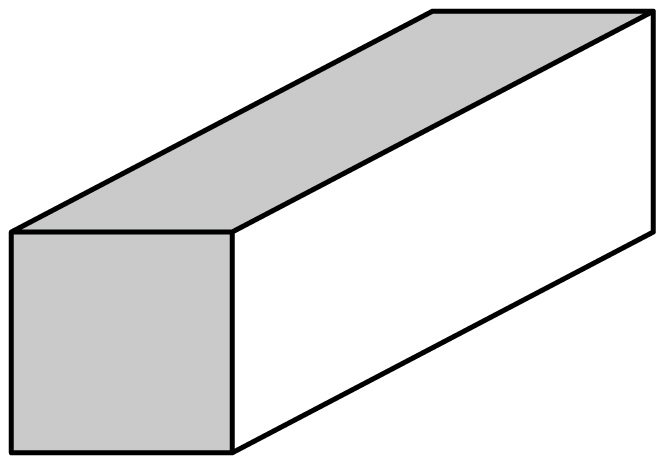


明确组合体的结构特征,主要弄清它是由哪些简单几何体组成的,必要时也可以指出棱数、面数和顶点数.

**重难点四、简单几何体的展开图**

【例7】如图，下列长方体中由下面的平面图形围成的是（    ）

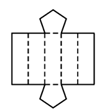
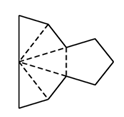
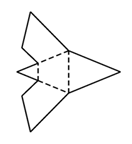
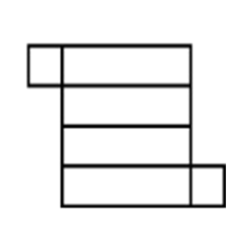


A． B． C． D．

【例8】已知圆锥的侧面积（单位：）为，且它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的底面半径（单位：cm）是（    ）

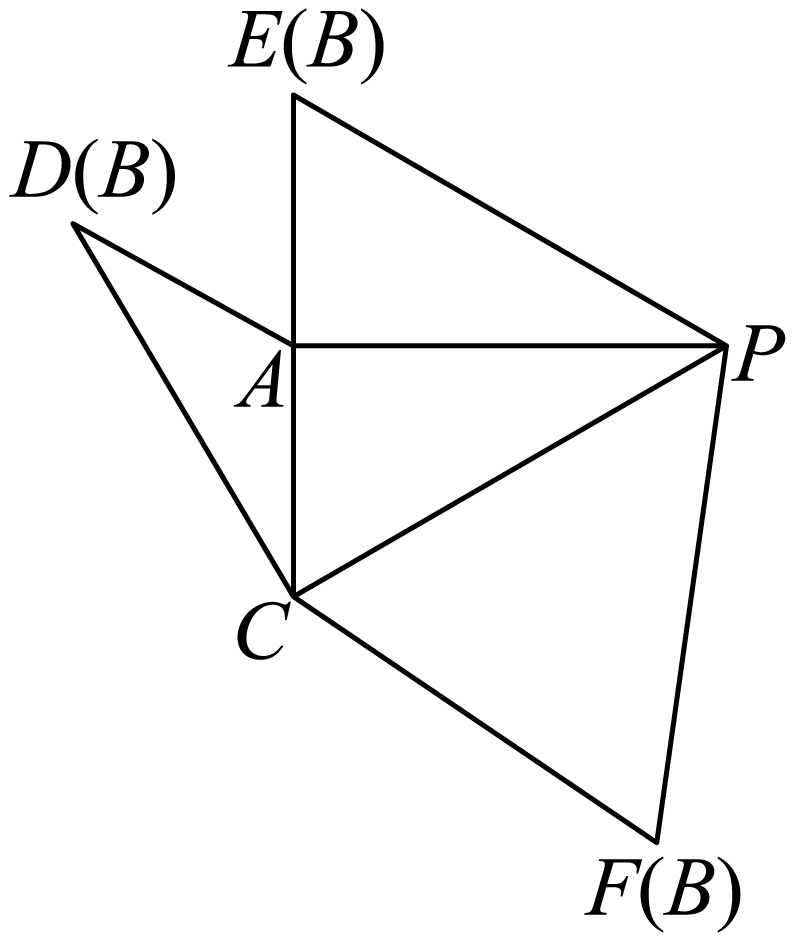
A．1 B．2 C． D．

【变式4-1】下列几何体的侧面展开图如图所示，其中是棱锥的为（    ）

A． B． C． D．

【变式4-2】某圆柱的侧面展开图是面积为16的正方形，则该圆柱一个底面的面积为 .

【变式4-3】如图，将三棱锥展开为平面图形，已知，，，，则 ．

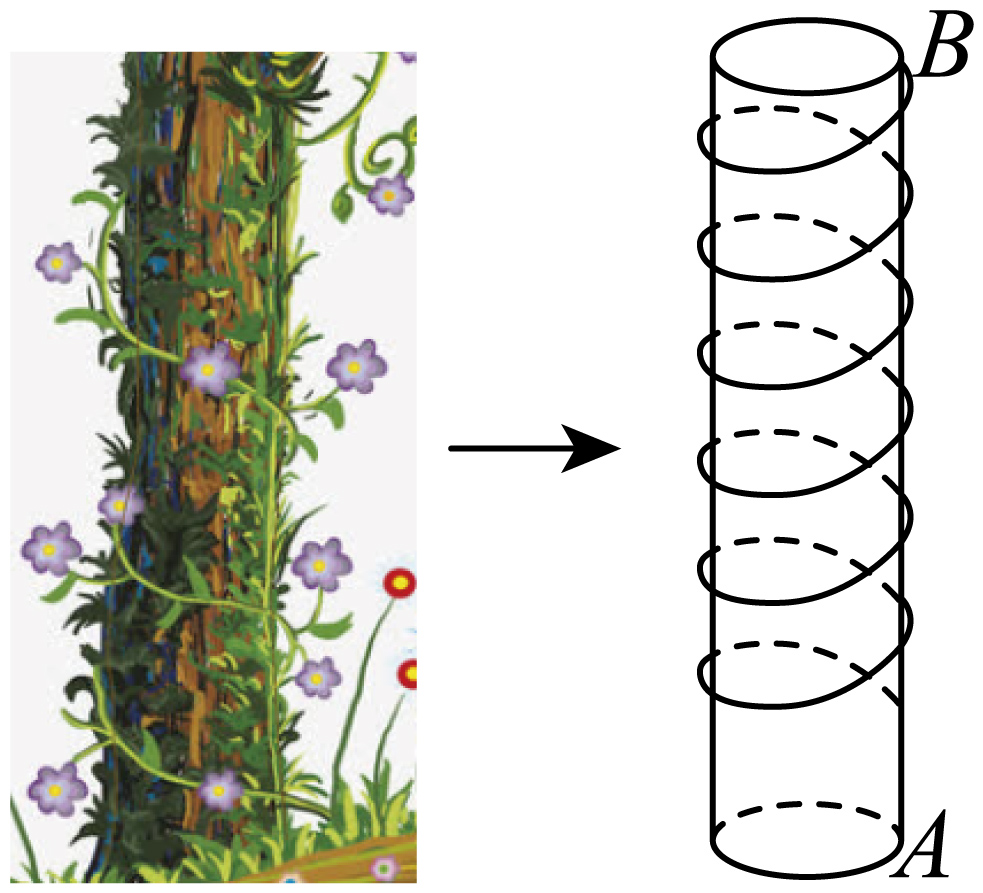


**重难点五、最短距离问题**

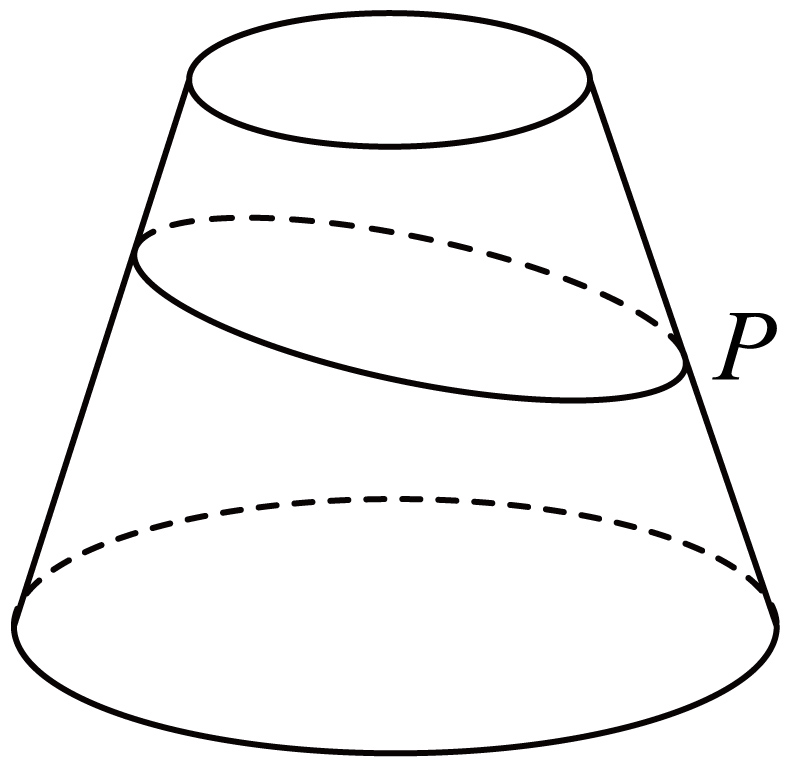
【例9】已知三棱锥的底面*ABC*是边长为1的等边三角形，平面*ABC*且，一只蚂蚁从的中心沿表面爬至点*P*，则其爬过的路程最小值为（    ）

A． B． C． D．

【例10】我国古代有这样一道数学问题:“枯木一根直立地上，高二丈，周三尺，有葛藤自根缠绕而上，五周而达其顶，问葛藤之长几何?”题意是:如图所示，把枯木看作一个圆柱体，因为一丈等于十尺，则该圆柱的高为尺，底面周长为尺，有葛藤自点处缠绕而上，绕五周后其末端恰好到达点处，则问题中葛藤的最短长度是 尺.

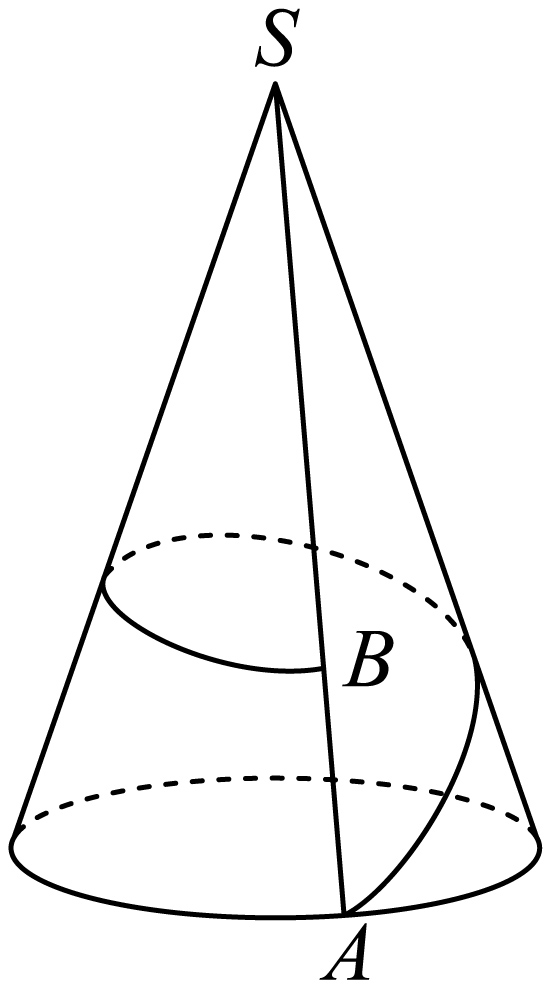


【变式5-1】圆台的上底面半径为1，下底面半径为2，母线长为4．已知*P*为该圆台某条母线的中点，若一质点从点*P*出发，绕着该圆台的侧面运动一圈后又回到点*P*，则该质点运动的最短路径长为（    ）

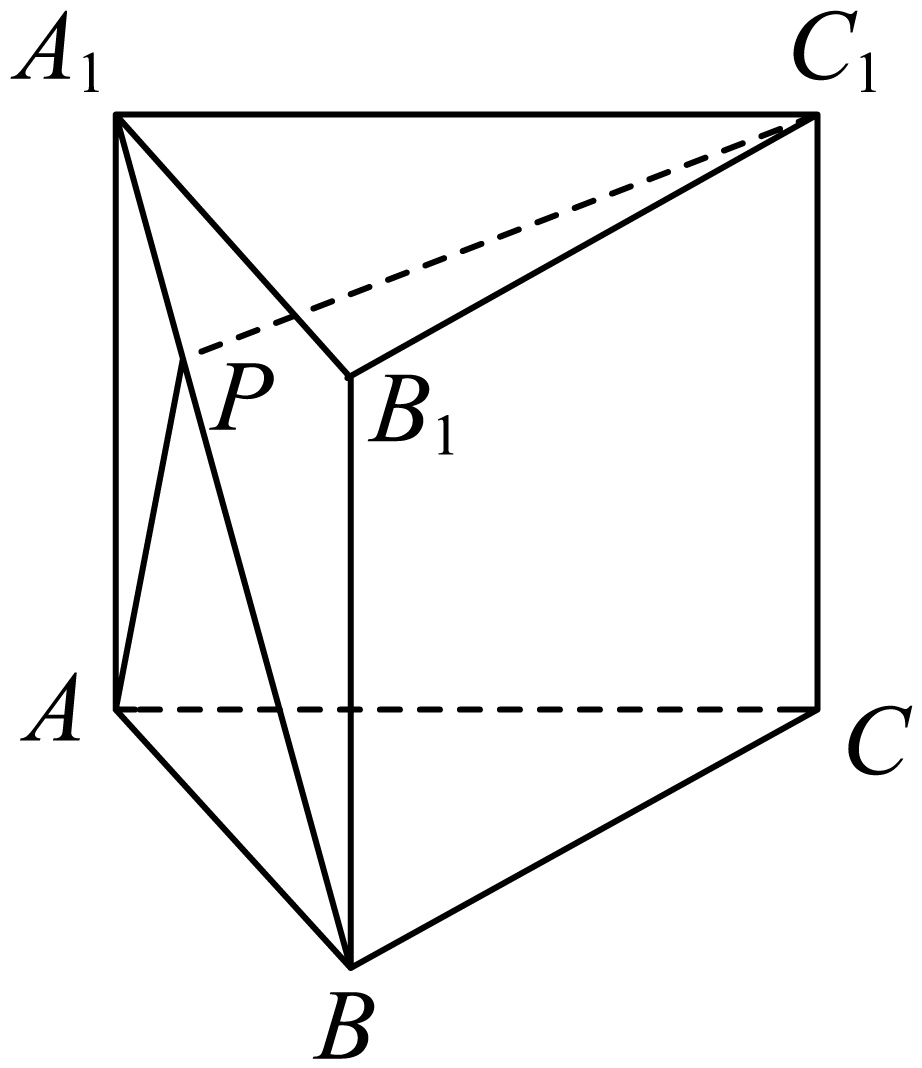


A． B．6 C． D．

【变式5-2】如图是一座山的示意图，山呈圆锥形，圆锥的底面半径为5公里，侧棱长为20公里，*B*是上一点，且公里，为了发展旅游业，要建设一条最短的从*A*绕山一周到*B*的观光铁路，这条铁路从*A*出发后首先上坡，随后下坡，则下坡段铁路的长度为 公里



【变式5-3】如图所示，在直三棱柱中，，，，点是线段上的一动点，则线段的最小值为 ．





求解距离最短问题需要明确两个点在几何体上所处的位置,再利用平面上两点间直线段最短,所以处理方法就是将面切开平铺,利用平面图形的相关特征求得结果.

**重难点六、几何体中的基本计算**

【例11】已知一个圆柱底面圆半径为1，高为2，上底面的直径为*AB*，*C*是底面圆周上的一个动点，关于的面积大小下列说法正确的是（    ）

A．的面积是定值 B．的面积没有最大值

C．的面积最大值是 D．的面积最大值是2

【例12】已知正方体的棱长为1，则正方体的体对角线长为 .

【变式6-1】已知圆台上、下底面的半径分别为3和5，母线长为4，为上底面圆的一条直径，是下底面圆周上的一个动点，则面积的最大值为（   ）

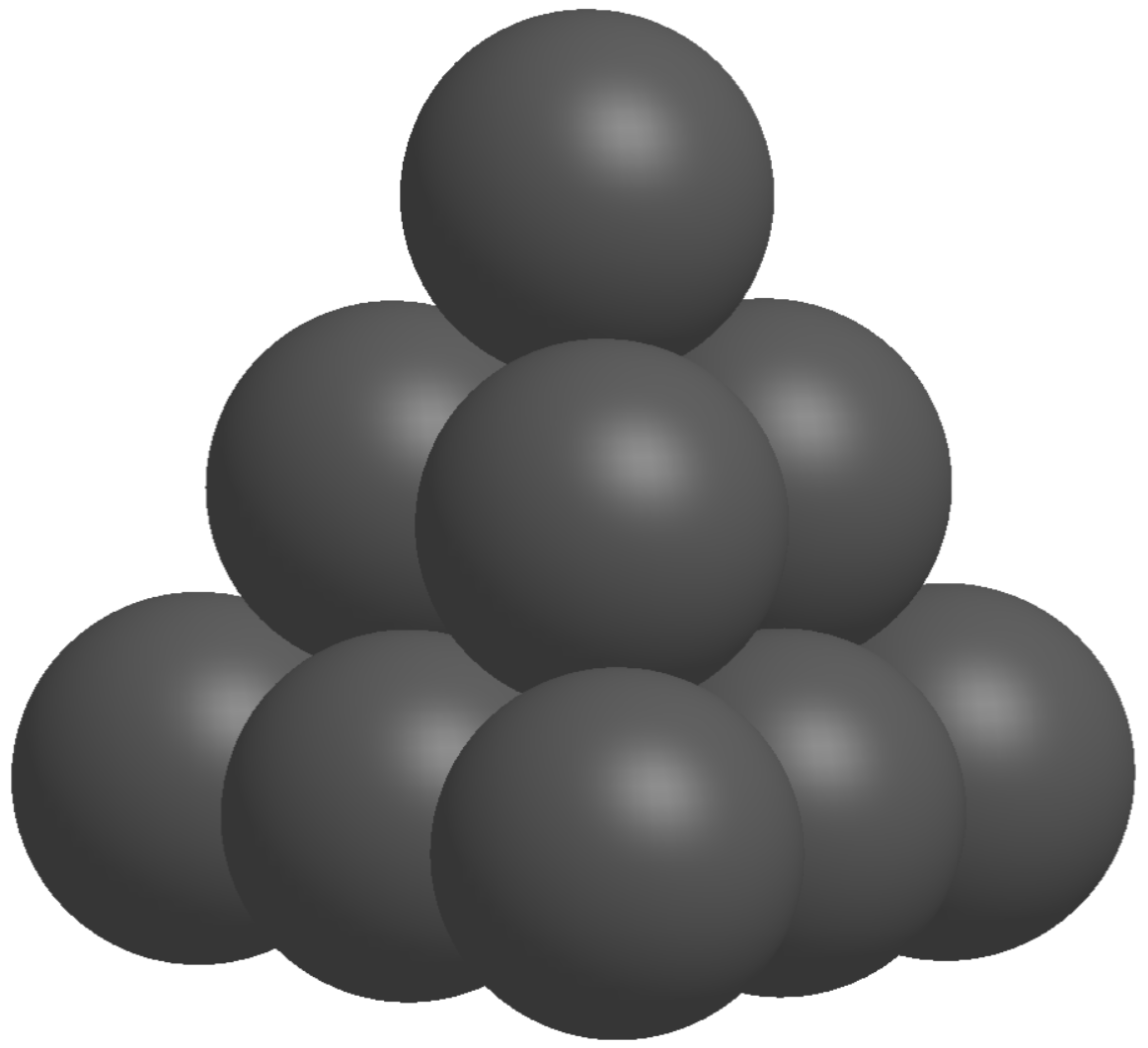
A． B． C． D．

【变式6-2】如图是江西省博物馆中典藏的元青白釉印花双凤纹碗，高，口径，若将该碗的内表面近似于一个球面的一部分，则这个球的半径近似于（    ）



A． B． C． D．

【变式6-3】南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法·商功》中出现了如图所示的形状，后人称为“三角垛”．如图“三角垛”共三层，最上层有1个球，第二层有3个球，第三层有6个球，每个球的半径均为1且两两相切，则该“三角垛”的高度为 ．



**重难点七、画直观图**

【例13】用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图时，下列结论正确的是（    ）

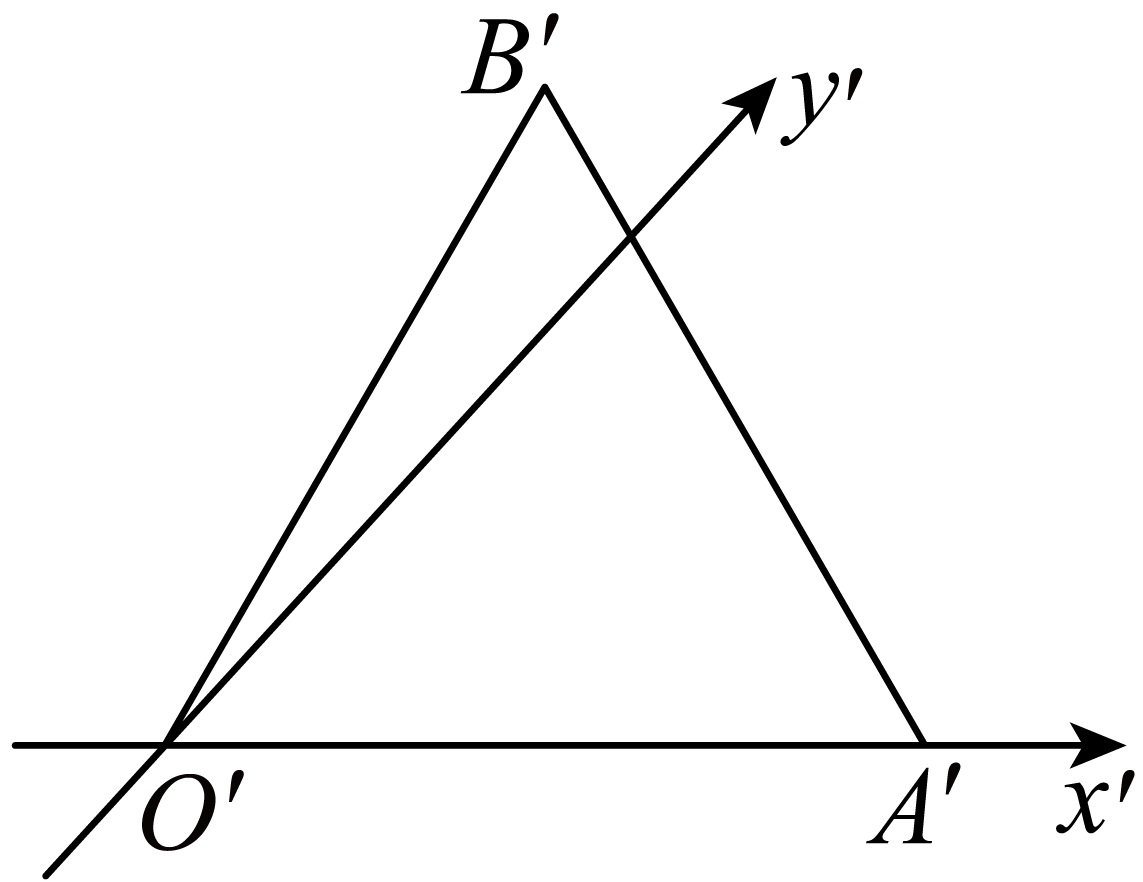
A．正方形的直观图是正方形

B．矩形的直观图是矩形

C．菱形的直观图是菱形

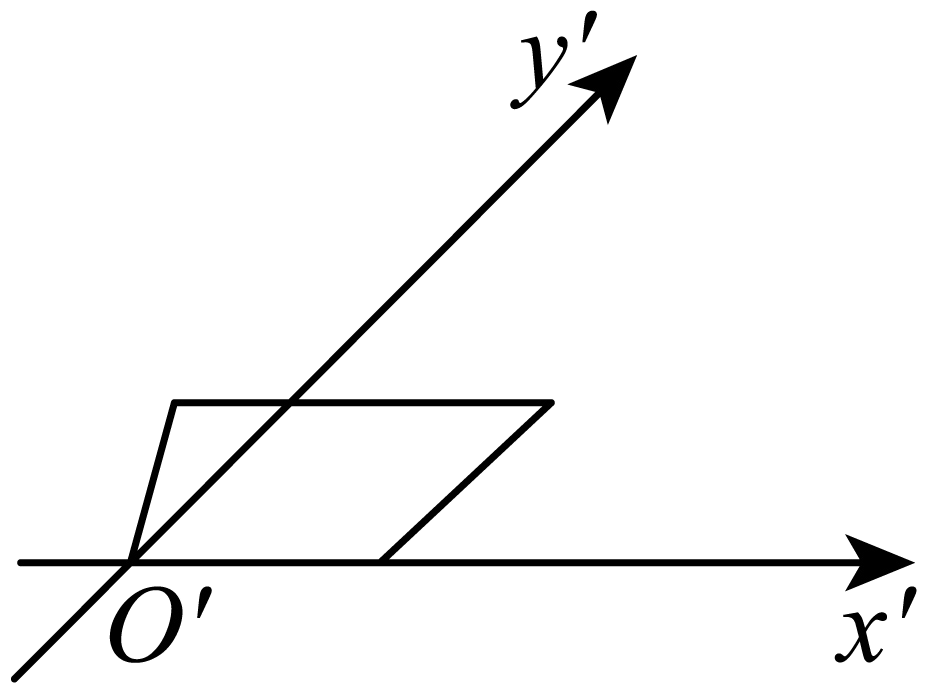
D．平行四边形的直观图是平行四边形

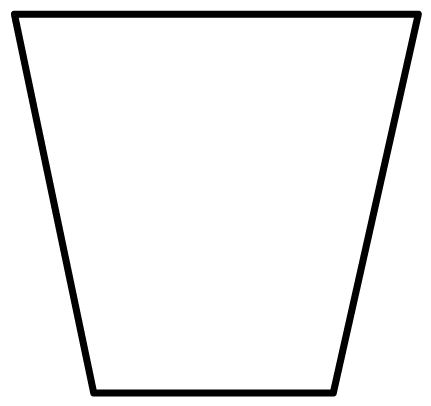
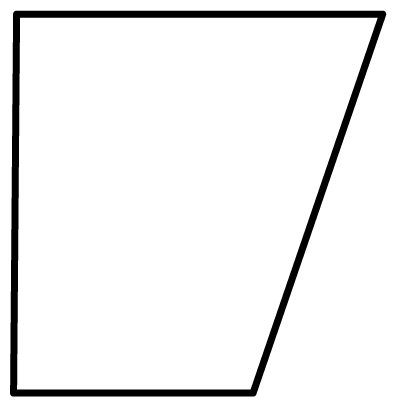
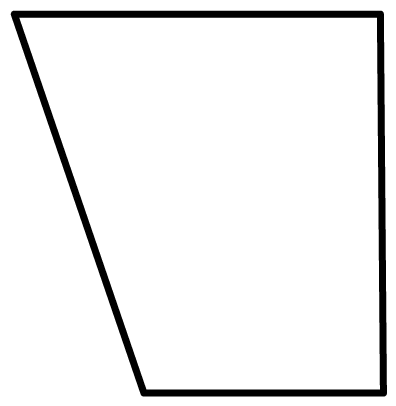
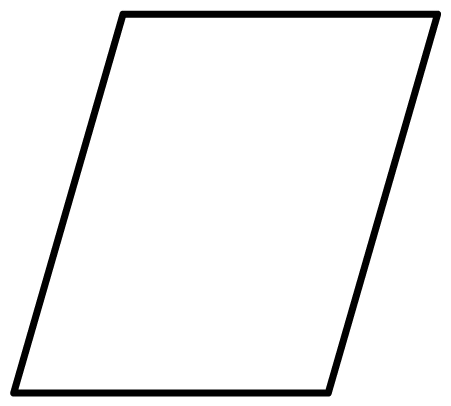
【例14】如图，是的直观图，则是（    ）



A．正三角形 B．直角三角形 C．钝角三角形 D．等腰三角形

【变式7-1】图为一平面图形的直观图，则此平面图形可能是（　　）



A．   B．   C．   D．

【变式7-2】已知一个建筑物上部为四棱锥，下部为长方体，且四棱锥的底面与长方体的上底面尺寸一样，长方体的长、宽、高分别为20m，5m，10m，四棱锥的高为8m．如果按的比例画出它的直观图，那么在直观图中，长方体的长、宽、高和棱锥的高应分别为（    ）

A．4cm，1cm，2cm，1.6cm B．4cm，0.5cm，2cm，0.8cm

C．4cm，0.5cm，2cm，1.6cm D．4cm，0.5cm，1cm，0.8cm

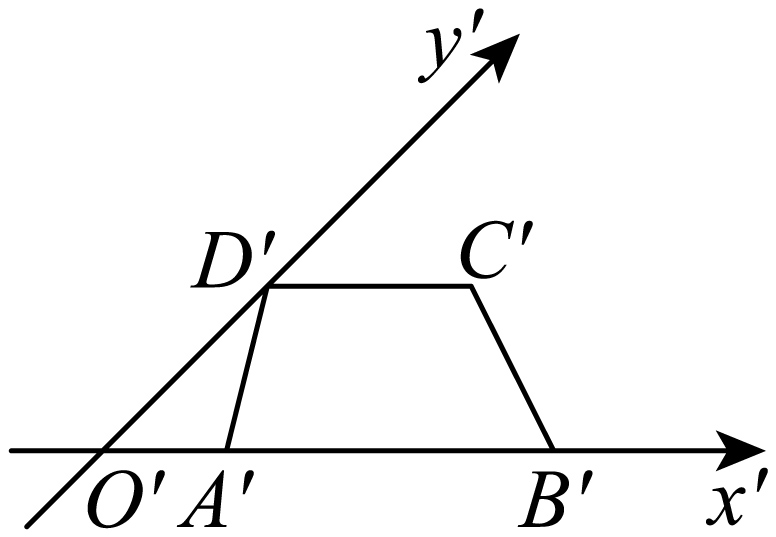
【变式7-3】用斜二测画法画出正六棱锥（底面是正六边形，点与底面正六边形的中心的连线垂直于底面）的直观图（尺寸自定）．



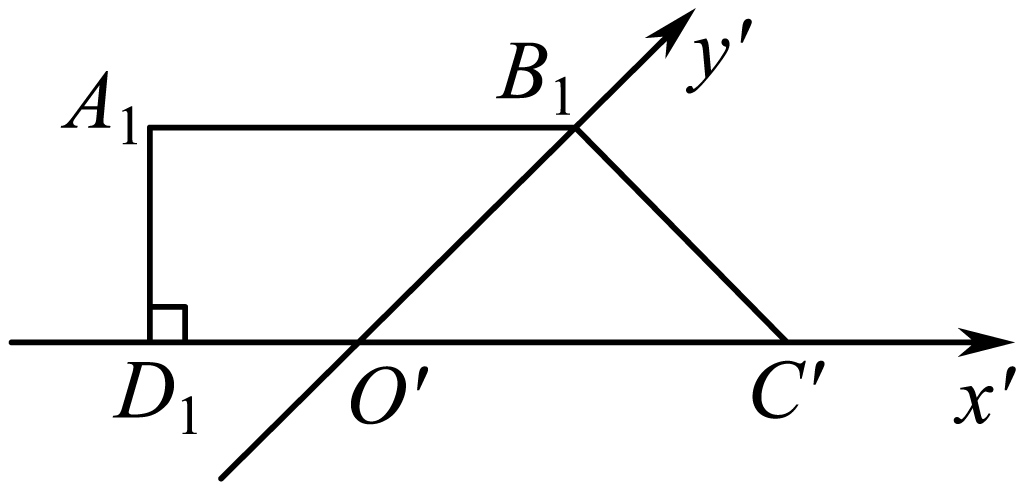
首先画与坐标轴平行的线段(平行性不变),与坐标轴不平行的线段通过与坐标轴平行的线段确定它的两个端点,然后连接成线段.

**重难点八、直观图的还原**

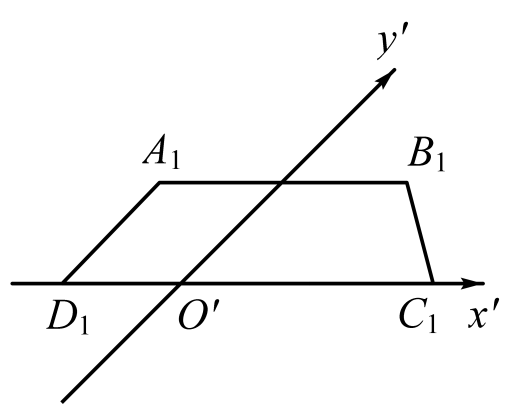
【例15】如图是某个水平放置的平面图形的直观图，请画出原来的平面图形．



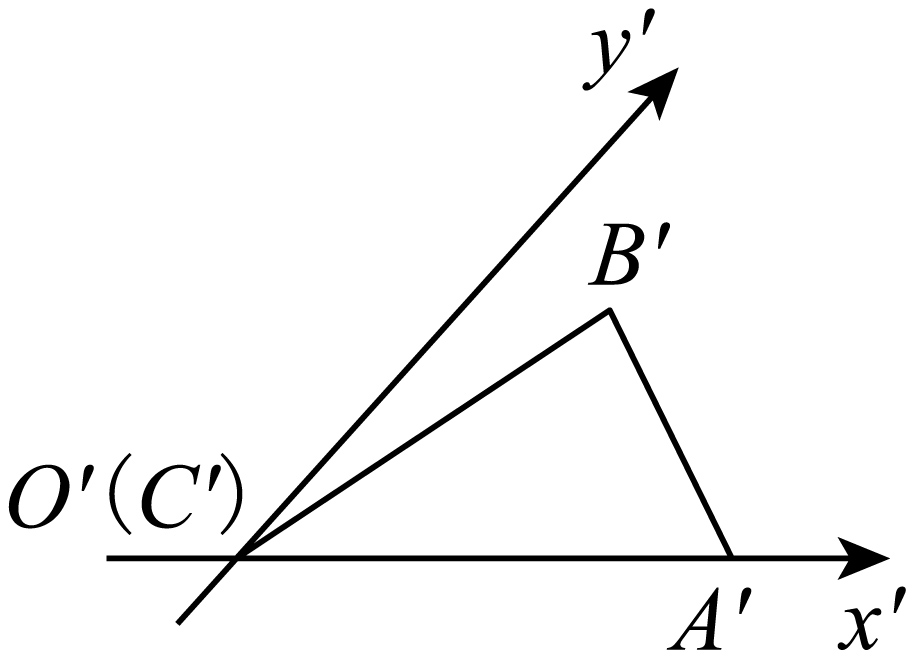
【例16】如图所示，梯形是一平面图形的直观图．若，，，．试画出原四边形．



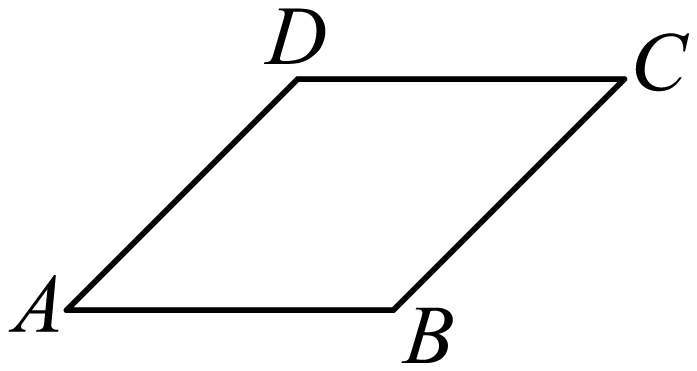
【变式8-1】如图所示,梯形是平面图形*ABCD*的直观图.若,,,.如何利用斜二测画法的规则画出原四边形?



【变式8-2】如图，是水平放置的平面图形用斜二测画法画出的直观图，将其恢复成原图形．



【变式8-3】如图，菱形的一边长为2，，且它是一个水平放置的四边形利用斜二测画法得到的直观图，请画出这个四边形的原图形，并求出原图形的面积.

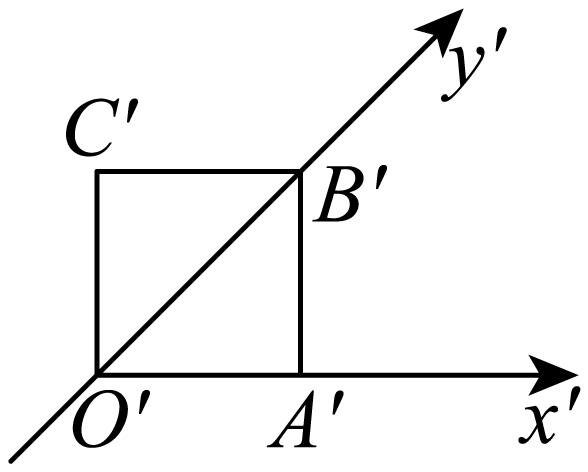




由直观图还原为平面图的关键是找与轴、轴平行的直线或线段,且平行于轴的线段还原时长度不变,平行于轴的线段还原时放大为直观图中相应线段长的2倍,由此确定图形的各个顶点,顺次连接即可.

**重难点九、斜二测画法的计算问题**

【例17】如图所示，已知正方形的边长为，它是水平放置的一个平面图形斜二测画法的直观图，则其原图形的周长为（   ）

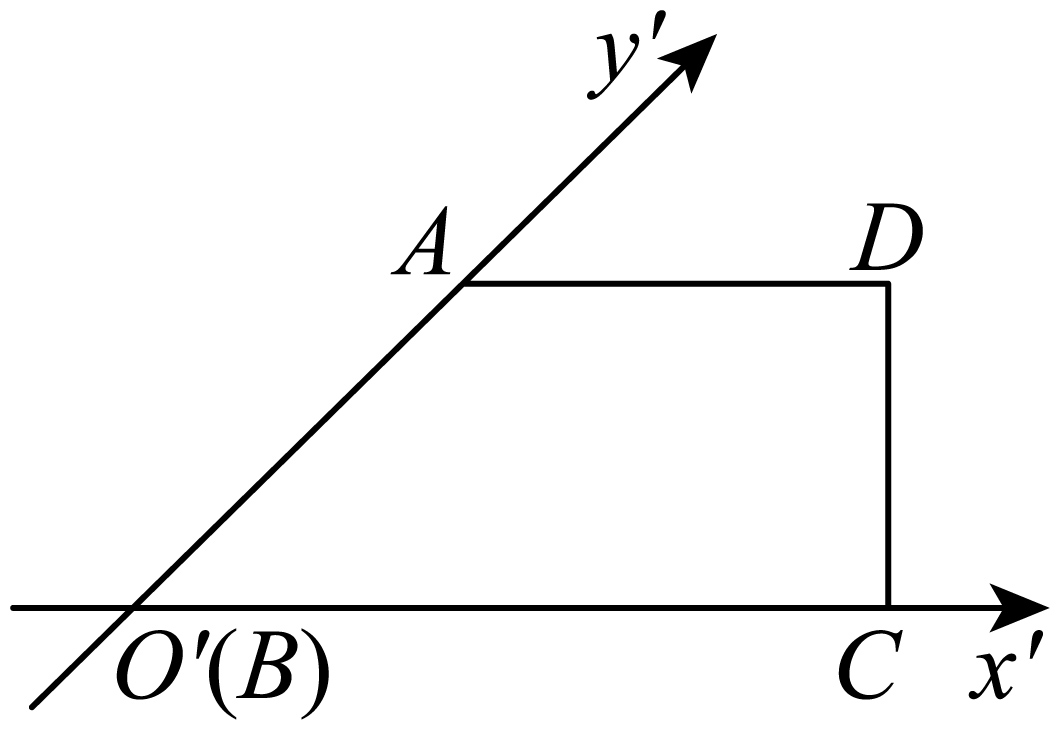


A． B．

C． D．

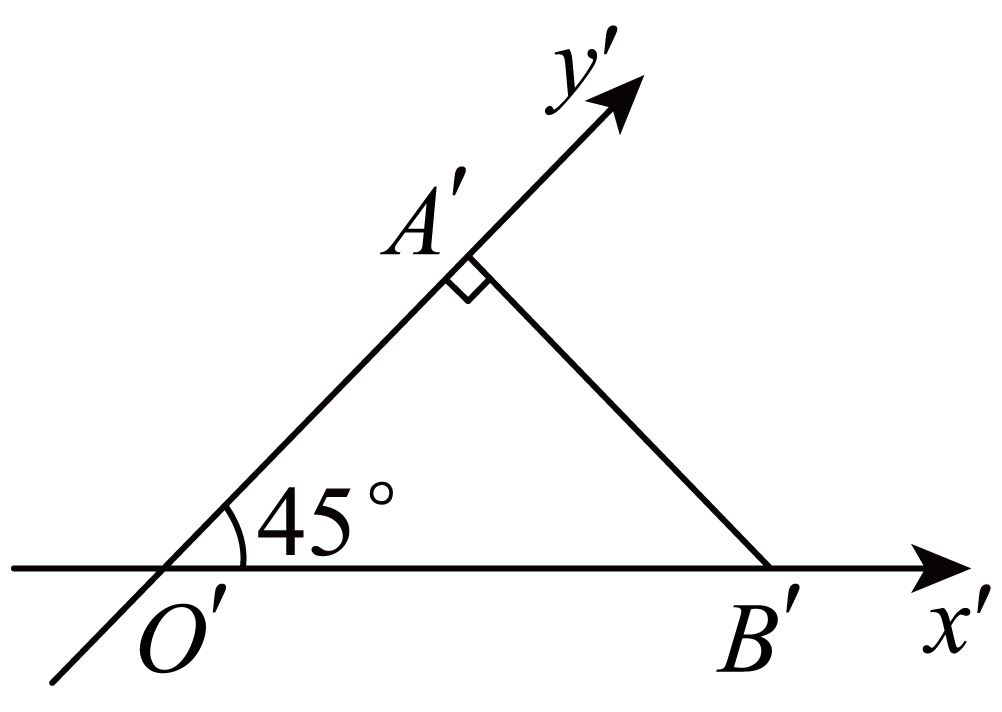
【例18】已知等边的平面直观图的面积为，则等边的面积是 .

【变式9-1】有一块多边形的菜地，它的水平放置的平面图形的斜二测直观图是直角梯形（如图所示）.，则这块菜地的面积为（    ）.

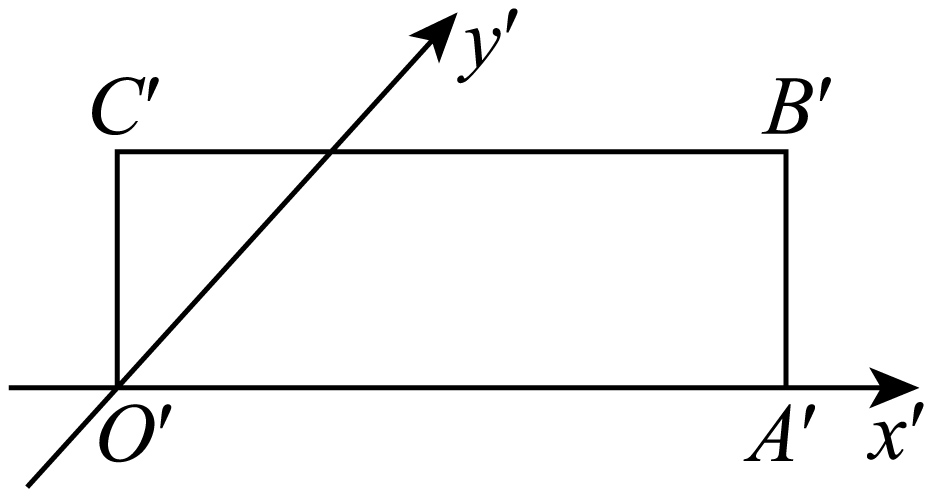


A． B． C． D．3

【变式9-2】如图，等腰直角三角形是一个平面图形的直观图，斜边，则原图形的面积是 ．



【变式9-3】如图，矩形是用斜二测画法画出的水平放置的一个平面四边形的直观图，其中.求平面四边形的面积.





由原图形求直观图的面积,关键是掌握斜二测画法,明确原来实际图形中的高,在直观图中变为与水平直线成角且长度为原来一半的线段,这样可得出所求图形相应的高.

①原图面积是直观图面积的倍，②直观图面积是原图面积的倍.

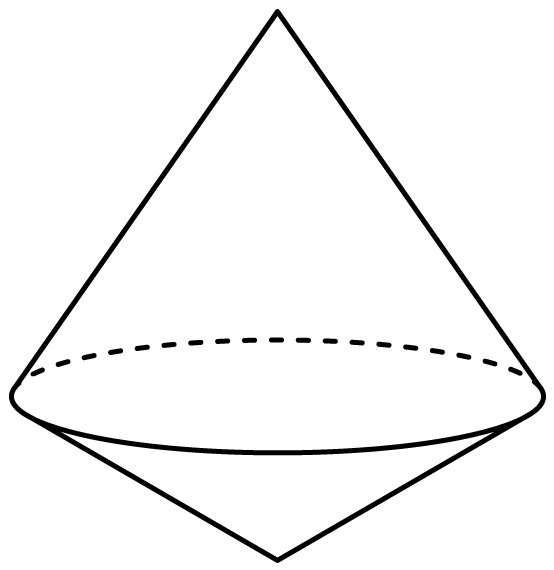


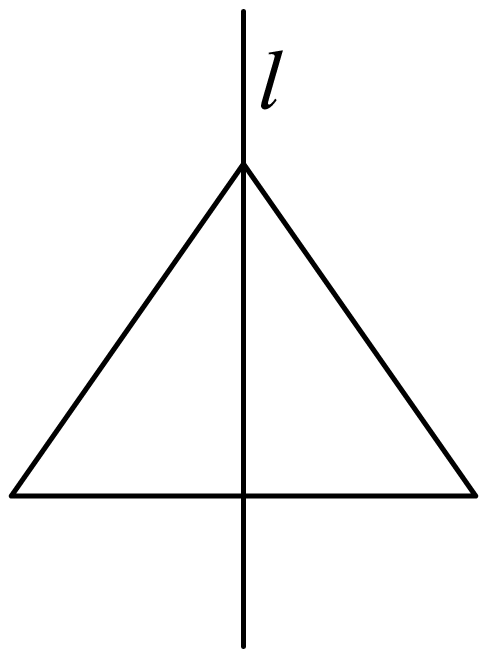
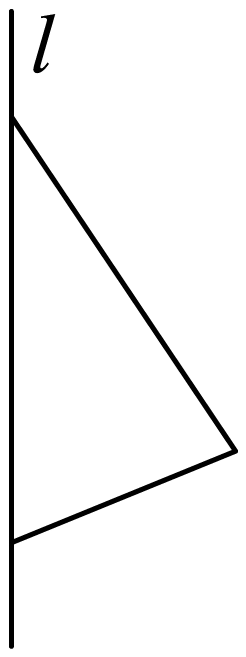
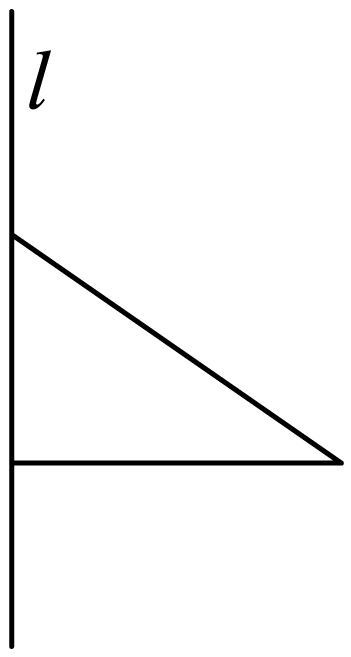
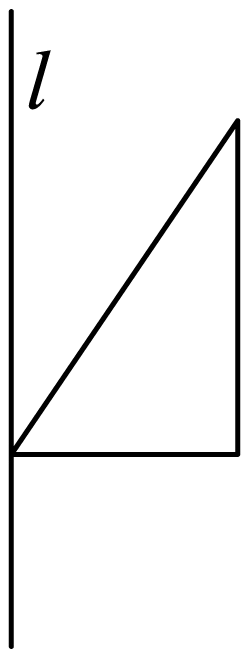
**一、单选题**

1．九棱锥共有（    ）

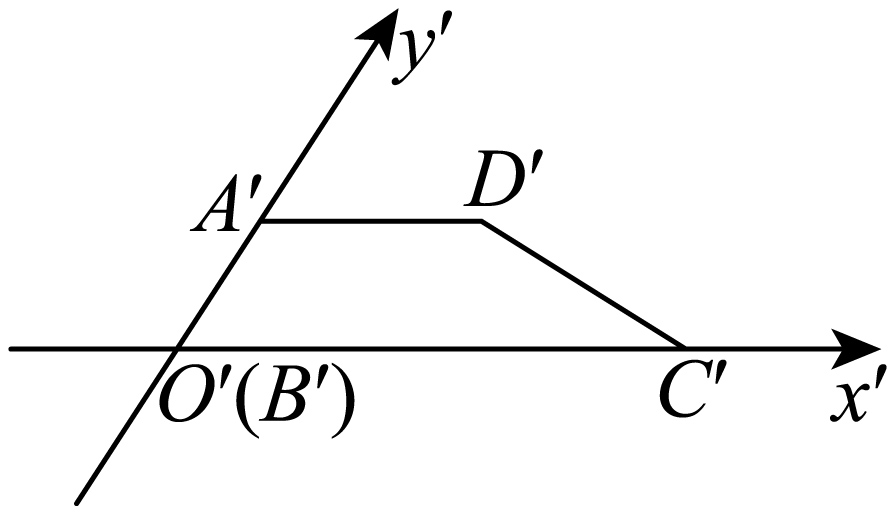
A．9条棱 B．10条棱 C．12条棱 D．18条棱

2．如图所示的组合体，则由下列所示的哪个三角形绕直线*l*旋转一周可以得到（    ）



A． B． C． D．

3．已知梯形是直角梯形，按照斜二测画法画出它的直观图（如图所示），其中，，则直角梯形边的长度是（    ）



A． B． C． D．

4．已知圆锥的高为，底面积为，平行于圆锥底面的截面面积为，则截面与底面的距离为（   ）

A． B． C． D．

5．若一平面与正方体截面的形状是三角形，则该三角形不可能为（    ）

A．等边三角形 B．等腰三角形 C．直角三角形 D．锐角三角形

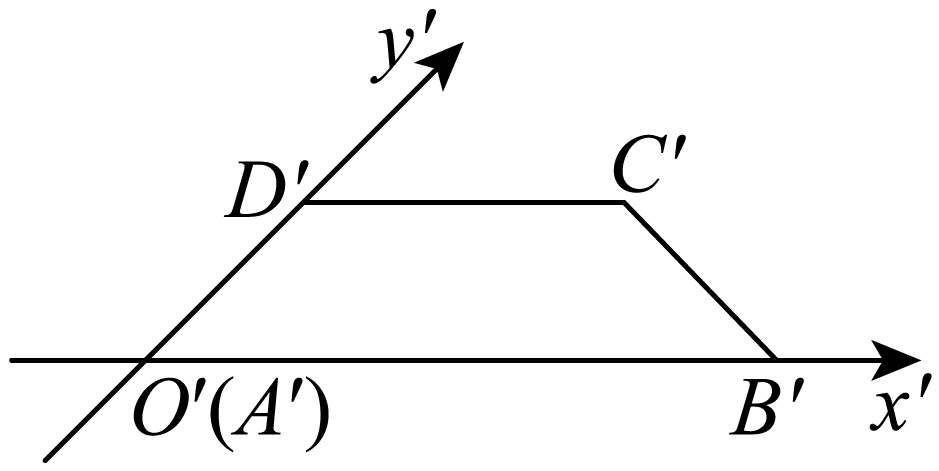
6．圆柱的轴截面是一个边长为的正方形，则从到的圆柱侧面上的最短距离为（    ）

A． B．

C． D．

**二、多选题**

7．如图，四边形*ABCD*的斜二测直观图为等腰梯形，已知，则（    ）



A． B．

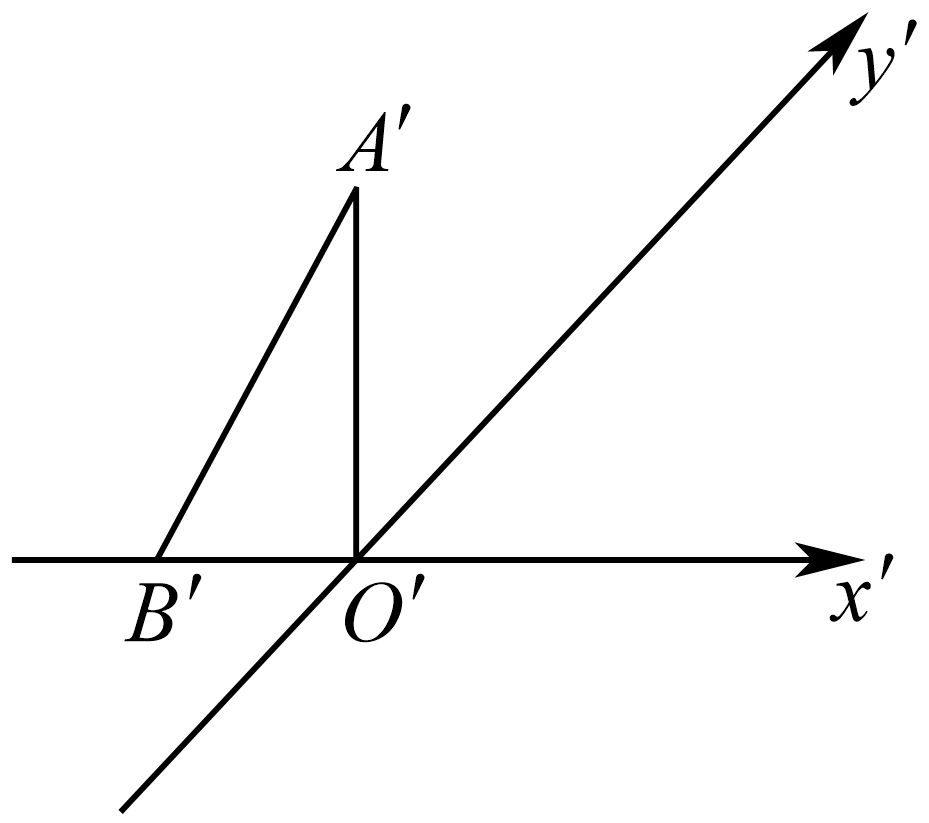
C．四边形*ABCD*的周长为 D．四边形*ABCD*的面积为6

8．用一个平面去截一个几何体，截面是四边形，则这个几何体可能是（    ）

A．圆锥 B．圆柱 C．三棱柱 D．三棱锥

**三、填空题**

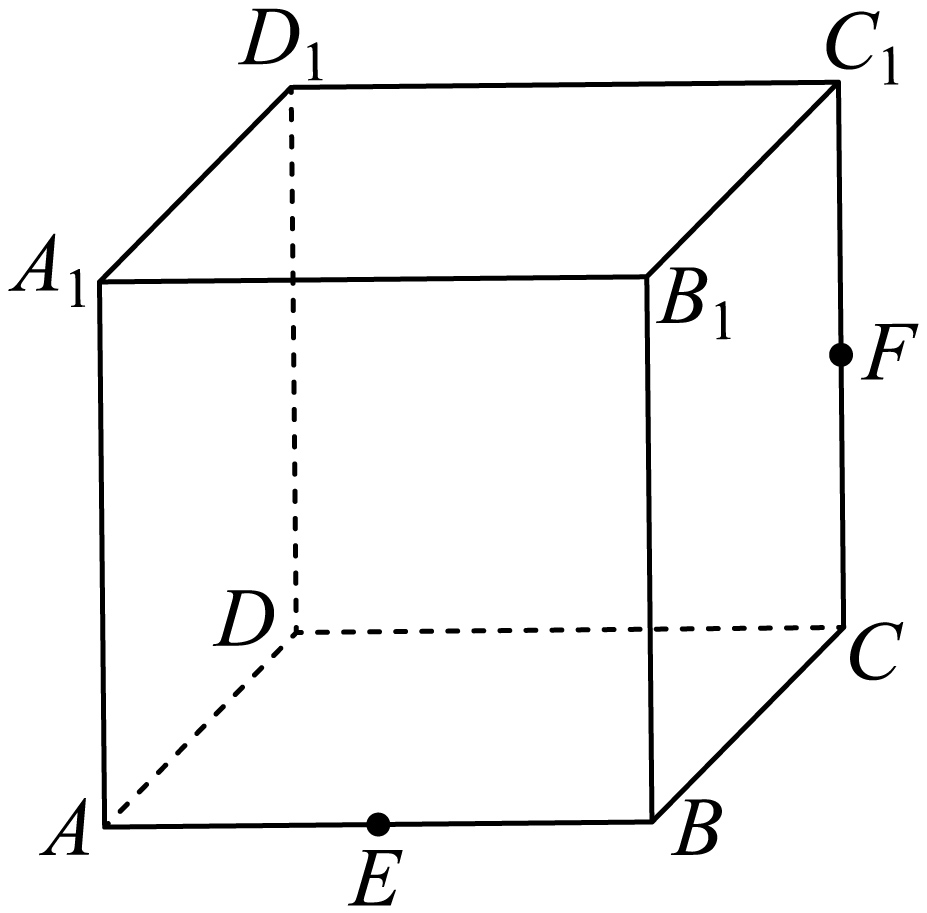
9．如图所示，表示水平放置的的直观图，，点在*x*轴上，且，则的边 .



10．已知圆锥底面半径为1，高为，则过圆锥母线的截面面积的最大值为 .

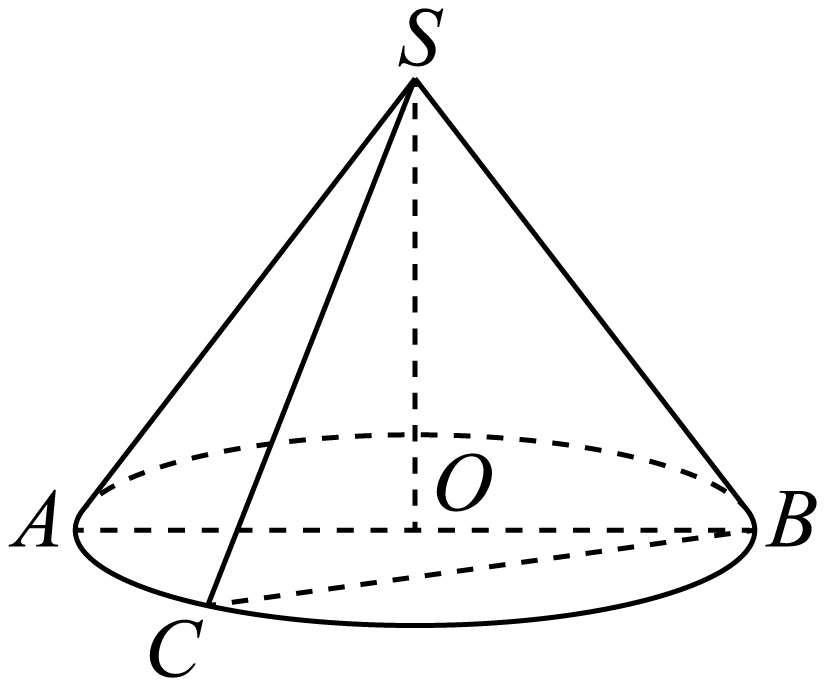
**四、解答题**

11．如图，正方体的棱长为分别为棱的中点.请在正方体的表面完整作出过点的截面，并写出作图过程；（不用证明）



12．把一个圆锥截成圆台，已知圆台的上、下底面半径的比为，母线（原圆锥母线在圆台中的部分）长为．求原圆锥的母线长．

13．用一个过圆锥的轴的平面去截圆锥，所得的截面三角形称为圆锥的轴截面，也称为圆锥的子午三角形.如图，圆锥底面圆的半径是4，轴截面的面积是4.



(1)求圆锥的母线长；

(2)过圆锥的两条母线，作一个截面，求截面面积的最大值.