**不等式恒成立的方法**

1．已知函数，若当时，恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

2．已知、，若恒成立，则实数的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

3．已知当时，恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

4．当*x*∈(1，2)时，不等式(*x*－1)2<log*ax*恒成立，则*a*的取值范围是（    ）

A．(0，1) B．(1，2)

C．(1，2] D． 

5．设函数，若对于，恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

6．已知关于的不等式对任意恒成立，则的取值范围是（    ）

A． B．

C．或 D．或

7．对任意的正实数，不等式恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

8．当时，不等式恒成立，则的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

9．在上定义运算：，若不等式对任意实数*x*恒成立，则*a*最大为（    ）

A． B． C． D．

10．设函数，若对于任意的，恒成立，则实数的取值范围为（    ）

A． B．

C．或 D．

11．已知，若对任意的，不等式恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

12．已知函数的图像在轴上的截距为，且关于直线对称，若对任意的，都有，则实数的取值范围是

A． B．

C． D．

13．“不等式在R上恒成立”的充要条件是（    ）

A． B．

C． D． 

14．已知单位向量，，若对任意实数，恒成立，则向量，的夹角的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

15．已知平面向量，，，满足，，，则的最小值为（    ）

A．1 B．

C．3 D．

16．已知正数满足．若不等式恒成立，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C．(-4，2) D．

17．已知，，若时，关于*x*的不等式恒成立，则实数的最小值是（    ）

A．2 B．4 C． D．1

**参考答案：**

1．C

依题意得对恒成立，  令  ，

又时，， 所以当时，即时，取得最大值， ，

故实数的取值范围是，

2．D

因为、，由已知可得，

因为，当且仅当时等号成立，

故实数的取值范围为，

3．D

解：恒成立，

即，对任意得恒成立，

令，，

当时，，不符题意，故，

当时，函数在上递增，

则，

解得或（舍去），

当时，函数在上递减，

则，

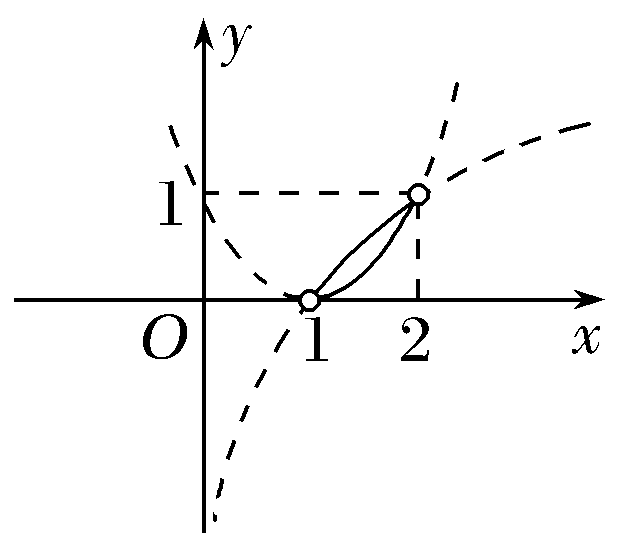
解得或（舍去），

综上所述，实数的取值范围是.

4．C

由题意，易知*a*>1.

在同一坐标系内作出*y*＝(*x*－1)2，*x*∈(1，2)及*y*＝log*ax*的图象.



若*y*＝log*ax*过点(2，1)，则log*a*2＝1，

解得*a*＝2.

因为当*x*∈(1，2)时，不等式(*x*－1)2<log*ax*恒成立，

所以函数*y*＝log*ax*，*x*∈(1，2)的图象恒在*y*＝(*x*－1)2，*x*∈(1，2)的上方.

如图所示：*a*的取值范围是(1，2].

5．B

由题意，函数其中，

①当时，，此时对于，恒成立，符合题意；

②当时，要使得对于，恒成立，

则满足，解得，即；

③当时，函数的开口向下，且对称轴的方程为，

可得函数在区间单调递减，

要使得对于，恒成立，则满足，解得，

即，

综上可得，实数的取值范围是.

6．A

当时，不等式化为恒成立，

当时，要使不等式恒成立，需，解得，

综上可得，不等式对任意恒成立，则的取值范围是．

7．C

解：，

即，

即

又

当且仅当“”，即“”时等号成立，

即，

故.

8．D

解：当时，不等式恒成立，等价于在时恒成立，

即等价于；

而因为，故,当且仅当，即时取得最大值.

故.

9．D

原不等式等价于，

即对任意*x*恒成立.

，

所以，解得，

10．A

若对于任意的，恒成立,

即可知：在上恒成立,

令，对称轴为.

当时，恒成立，

当时，有开口向下且在上单调递减，

在上，得，

故有.

当时，有开口向上且在上单调递增

在上，

∴   

综上，实数的取值范围为，

11．A

因为，不等式恒成立，即成立，即，进而转化为恒成立.

令，则，当时，，所以在上单调递增，则不等式恒成立等价于恒成立.

因为，，所以，，所以对任意的恒成立，所以恒成立.

设，可得.当时，，单调递增；当时，，单调递减.所以当时，函数取得最大值，最大值为，此时，所以，解得，即实数的取值范围是.

12．B

由已知得，，，则，当时，，所以，则，解得，故选B.

13．A

∵不等式在R上恒成立，

∴，解得，

又∵，∴，则不等式在R上恒成立，

∴“”是“不等式在R上恒成立”的充要条件,

14．B

，是单位向量，由得：，

依题意，不等式对任意实数恒成立，则，

解得，而，则，

又，函数在上单调递减，因此，

所以向量，的夹角的取值范围为.

15．A

解：因为，，

所以，

所以对任意都恒成立，

所以.

不妨设又.

当，设，

所以，

所以，

所以，

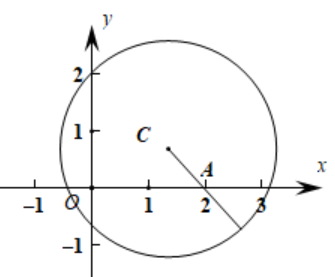
所以对应的点的轨迹是以为圆心，以2为半径的圆，

所以可以看成是到的距离，

所以的最小值为.

当时，同理可得的最小值为1.

故选：A



16．C

由题意知：

 即：

∴

∴

又∵，

∴，

∴当且仅当即 时等号成立.

∴当时，取得最小值为8.

∴解得：

17．B

设，

因为，所以当时，，当时，，

由可知，

当时，，即当时，，

当时，，即当时，，

所以对于，必有，即，得，

所以当时，，

当且仅当，即时，等号成立，

所以的最小值为.

